

# 「以兒童為中心」數學教育再思： 半世紀香港小學數學課程發展的啟示

黃毅英、鄧國俊、霍秉坤、顏明仁、黃家樂

## 壹、 引言

自 2000 年起，我們開始探索第二次世界大戰後香港小學數學課程發展的歷史。於這數年間，我們訪問了十多位當年參與其事的關鍵人物，並分析了相關的文獻。總括來說，在近半世紀香港小學數學發展的漫漫長路中，我們看到「以兒童為中心」的數學教學實驗在 1960 年代得以引進和在香港推行，同時展現出一條現代化、本土化、普及化、規範化與專業化的道路。鑒古識今，這些歷史事件給予我們許多啟示，其中之歷史脈絡及意義詳見鄧國俊等(2006)。本文試從當年特定的「以兒童為中心」的數學教育實驗探討更廣闊的「以兒童為中心」教育改革的思潮，希望讓有關人士有所參考。

「以兒童為中心」的理論非常廣泛。總括來說，就是讓學生成為學習的主體。在過往數十年間的各种課程改革均有「以兒童為中心」的影子，包括學生自我發現、主題式學習、學科統整、重視跨學科的共通能力(包括數學及一般的問題解決能力)、著重傳意及動手等「建構式學習」和在資訊科技的背景下提出「範式轉移」等。台灣自 1990 年代初推動教育改革，重要的教改議題包括：自學方案、建構式數學、多元入學管道及九年一貫課程等。而 1996 年開始大力推行的「建構式」數學課程，惹起不少爭論。而「以兒童為中心」這理念與「建構式」數學課程其實息息相關，因

此，回顧香港數學課程發展的歷史，其中的反思也許能給當前台、港兩地的數學課程改革一些啟迪。

在討論歷史帶來的啟示之前，我們先簡要地介紹香港小學數學課程「以兒童為中心」理念的引進和發展。

## 貳、 香港小學數學課程的發展

### 一、 「以兒童為中心」理念的引進

我們探索的範圍自 1940 年代開始至 1983 年《小學數學科課程綱要》的頒佈<sup>1</sup>。在所探討的 40 餘年間，一共出現了一個小學算術課程及 1967 年、1973 年和 1983 年的三個小學數學課程。

香港第一份小學算術課程出現於 1959 年（或更早）。當時，香港社會仍存「過客心態」、香港只屬「暫借之地」，教育體系包括教科書和教學法（甚至教師）仍受中國內地的影響。故此《小學算術課程》只是粗糙的綱要，基本取材自中國內地或英國既有的內容，表述亦屬點列形式。雖然香港政府於 1950 年代初，已有意識地排拒中國影響，利用「學校準用小學課本各表」（1954 年）監控教育，並有教育司署官員<sup>2</sup>編著教科書（後期則有現代教育研究社出版算術教科書），但 1959 年算術課程仍沒有無清晰之理念，本土化之課程還未出現。

至 1960 年代，西方教育改革千帆並舉，本港數學教育工作者（包括官員及學者）紛紛放洋（主要是英國）考察。與此同時，英國政府亦希望殖民地能靠攏西方的思維，以抗衡共產主義，因而開拓了不少殖民地官員赴英一開眼界的機遇。這批人先

<sup>1</sup> 1983 年以後的發展，包括「目標為本課程」和 2000 年新小學數學課程，都不在我們的研究範圍。

<sup>2</sup> 如羅宗淦。

後前往西方參加會議或留學，接觸到現代化的數學教學，而其中一位就在赴英期間接觸到「以兒童為中心」的「納菲爾特數學試驗計劃」<sup>3</sup>。

這些人員回港後，透過教師教育及研討會等場合，於香港逐步宣揚「以兒童為中心」這理念，並作出試驗和實踐。與此同時，1950年末英美的「新數學運動」已於香港中學著陸和得到了實踐，而小學仍然沿用「傳統數學」，故此存在小學也來推行「新數學」的訴求。不過「新數學」在中學的推行出現了不少問題（詳見黃毅英、黃家樂，2001），小學數學何去何從陷於兩難（馮源，1968）。幸而當年的課程委員會的成員遇上了「納菲爾特數學試驗計劃」，經過一輪調適，他們成功地於1967年催生了本港第一份本土化的小學數學課程，其中既有現代數學的元素，亦比「新數學」較為親和。雖然課程本土化的發展仍屬初階，文件中只有課題沒有教學法，但已將「算術」擴展到「數學」，並引進了不少現代化的元素。這個課程亦啟動了本土數學教科書的出現，包括現代教育研究社按新課程出版教科書，更有學者及主理教師教育的人員於小學作出試驗，教材經逐年修訂後，最終成書。隨著社會上整體本土意識之強化，本土化「以兒童為中心」小學數學課程的格局已漸漸形成。

## 二、「以兒童為中心」意念的來源

「以兒童為中心」這教育理念，強調尊重兒童、鼓勵個別發展、支援自主學習、促進獨立，其思想淵源可追溯至盧梭（Rousseau）、裴斯培洛齊（Pestalozzi）、福祿布爾（Froebel）、蒙特梭利（Montessori）和杜威（Dewey）等人的教育哲學。例如，英國哲學家懷海特（A. N. Whitehead）於其1929年著作《教育的目的》（The aims of

---

<sup>3</sup> 本文以後簡稱「納菲爾特數學」。

education and other essays) 中便提出每個兒童應體驗發現的喜悅 (every child should experience the joy of discovery), 所以自我思考和發現是一個非常重要的教育目的, 而非獲取知識本身。其哲學根源來自「過程哲學」(process philosophy) 的教育理念: 過程重於成果。與此同時, 皮亞傑的智性發展理論於 1940 年代得到發展, 進一步強化以上的想法。事實上, 不少學者把皮亞傑視作建構主義的鼻祖。「納菲爾特數學」便開宗明義便提出「做過後便明白」(I do and I understand), 並在其簡介以中文寫出「嬉玩者懂得矣」<sup>4</sup>。這便是「納菲爾特數學」的基本理念 (The Nuffield Foundation, 1965)。由此可見, 「以兒童為中心」的想法與近年「建構式」教育之理念實有不少吻合之處 (黃毅英, 2003 及 2004)。

香港引入以兒童為中心的數學教學, 主要是參考「納菲爾特數學」的理念。早在「納菲爾特數學」出現之前的 1940、1950 年代, 英國已開始全面檢討小學數學的教學。英國數學學會 (Mathematical Association) 於 1938 年便成立一個小組委員會探視這些問題, 只因二次世界大戰一度中斷, 但戰後旋即繼續探討。該小組在 1955 年發表的報告確認, 「活動」(activity) 和「經驗」(experience) 是兒童學習的基礎。只有通過不同的遊戲 (play)、實驗 (experiment)、操作具體實物 (material aids) 等, 兒童才會從「活動」和「經驗」中慢慢體驗到事物的關係, 從而建立「數」與「形」的概念以至基本的數學思維模式 (Mathematical Association, 1955)。「納菲爾特數學」重視學生「動手」, 然後「明白」, 在其簡介中已清楚的提出。據 Griffin & Howson (1974) 指出, 這個以「動手」為主的思潮, 源遠流長。在過往 200 年不斷重覆提

---

<sup>4</sup> 該手冊於 1965 年的初稿, 於當年只供內部傳閱而非為出版 (not for publication)。封面和封底都印有「嬉玩者懂得矣」的手寫字樣。但到 1967 年正式印行以至後來的多次重印, 這個手寫字樣依然保留於封底。以一份英國的刊物而言, 是頗為特別的。

出，其中包括盧梭（Rousseau, 1712-1778）認為「自己掌握事物的原則，較從他人學習所得的，更清晰和更具說服力」（1762年 Emile 一書），康德（Kant, 1754-1804）提出「『動手做』是『理解』的最佳方法」（1802年 On Education 一書），福祿布爾（Froebel, 1782-1852）建議「不要經常即時和直接回答兒童的問題，讓他們掌握足夠的能力和經驗」（1826年 On education of man 一書）等。

### 三、 深化「以兒童為中心」理念的契機

雖然「以兒童為中心」的數學教育理念透過 1967 年小學數學課程成功登陸，但效果並未令人滿意。理由是讓兒童探索、動手、發現、主動學習這些理念和當時著重操練的氛圍可謂南轅北轍。明顯地，一份文件無法改變以考試為主導不求甚解之學習慣性。其中背誦最為嚴重的要算是水流問題、和差問題、時鐘問題等典型算術應用題。

因此，在 1967 年課程推出後，主事者深知一份課程文件不足扭轉局面，於是決心透過各種場合（如教師教育及研討會等）主力消除這些典型題的死記硬背，並推廣「以兒童為中心」的教學理念。1969 年更邀得「納菲爾特數學」的核心人物 E. E. Biggs 訪問香港，進一步確認了課程改革路向。又逐步透過教育電視、教師中心、調整小學會考題目等，將課程改革元素滲透到教科書和課堂教學之中。

1972 年，香港推行十進制，學生無須再作複雜單位的換算，騰出了大量的教時。主事者掌握了這個黃金機遇，再透過把教具送到學校進一步深化課程改革，進一步消除典型算術應用題的操練。雖然 1973 年與 1967 年的課程在文字上沒有多大分別（甚至 1973 年以「第二版」命名），但教與學已默默地起著變化。可以看到，主事

者意識到真正的課程改革不在於課程文件的改寫，而是需要把改革意念付諸實踐，這確是一種進步的思想！

與此同時，跨學科的活動教學於 1972 年出台，跨學科與數學科之間在教學理念與實踐上雖然有重重衝突，但各方面都能有智慧地互相借勢，最終做到相輔相承。

#### 四、 課程改革與專業發展的互動

雖然香港的課程向來均是中央主導，且帶著強烈的教育控制意味，但小學數學課程改革的倡導者深明要推動「以兒童為中心」這一教學理念，非要得到教師隊伍的認同與內化不可。故此自 1970 年代開始，有關方面已超越了課程文件的撰寫而轉向加強與教師隊伍的互動，將改革意念散播。與此同時，香港自 1967 年社會騷動之後，本土意識開始萌芽，「壓力團體」的成立如雨後春筍，包括了教育行動組和教育專業人員協會數學組之成立。前者發表了《小學教科書調查報告》。後者則舉辦各式各樣的數學活動，出版《今日數學教學：研習班特刊》、《數學教學途徑的探討》、《小學數學教學調查報告》、《數學教學》季刊等。他們既為官方帶來落實改革之壓力，亦提供了前線之支援。

在一連串的官民互動下，小學數學教育改革乘著一輛輛的「順風車」向前邁進。到 1983 年的課程定稿時，絕大部分課題的教學建議都曾在課堂內或教師工作坊等場合實踐過。草稿更於 1980 年作出諮詢，當時教師接到新課程時，並不覺得是什麼改革，並表示不少教學手法已在施行。事實上，1983 年版與 1967/1973 年版課程沒多大分別，只是一本附有經實踐的教學建議的「擴充版」（見圖 1）。

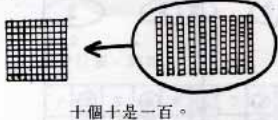
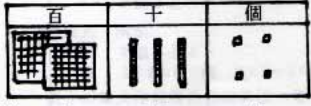

二年級					
項目	學生活動/教學建議	詞彙舉例	用具	備考	
<p>上學期</p> <p>2.1 三位數 百位。 讀數，寫數。 每百一數。</p>	<p>通過實際活動認識三位數：</p> <p>1. 百</p> <p>(a) 在數綫或十行表上，從一個適當的數起順數至100。</p> <p>(b) 數積木、算珠、小木棒、紙皮石等物品，每十個一數。</p>  <p>十個十是一百。</p> <p>(c) 數積木，每百個一數。</p> <p>2. 百位</p> <p>(a) 用積木幫助練習讀數和寫數，例如：</p>  <p>讀作 二百三十四</p> <p>寫作 234</p> <p>(b) 用算柱表示三位數。</p> <p>(c) 做下列一類的練習加深對百位的認識，例如：</p> <p>234 = <input type="text"/> + 34</p> 	<p>百。</p> <p>百位。</p>	<p>數綫(100cm尺)。</p> <p>十行表，積木，算珠，小木棒，紙皮石。</p> <p>算柱。</p>		

圖 1：1983 年香港小學數學課程綱要一瞥

課程改革推動者與民間積極分子，經過近 20 年細水長流的努力，所希望做到的不只是一本新的課程文件，更重要的是創造出具官民互動的課程發展模式和促進教師成長的專業發展路向。雖然由於種種機制上的問題，小學數學課程的實施不一定很理想，但仍能穩步邁向「以兒童為中心」這教學理念。

### 參、「以兒童為中心」及「建構式」理念：現代化、本土化與專業化的反思

「以兒童為中心」的理念雖然有其獨特的教育意義，不過香港在推行這個理念時，仍面對不少困難。特別地，西方與中國的社會脈絡不同，西方理念的引入與本土如何協調（麥肖玲，2003，頁 37-38），是當年香港推行「以兒童為中心」理念的

一大難題，相信亦是台灣推動「建構式」數學教學的困難之一。

### 一、 理念本身及其實踐困難

「以兒童為中心」究竟如何以兒童為中心呢？從我們所能收集到 1970、1980 年代的參考文章中（如周刁玉珍，1976；Chan, 1980），甚少探討「進步主義與傳統的數學教學的異同」、「以學科、社會及兒童為中心的數學教學理念與實踐」、「以兒童為中心的數學教育改革如何配合普及教育」、「校內評估及公開考試如何配合以兒童為中心的數學普及教育」和「師資培訓及教師專業化如何配合以兒童為中心的數學普及教育」等議題。可見，當年香港教育偏向處理實際施教問題而忽略理念上的探索與反思。

麥肖玲（2003，頁 36-37）認為，即使在西方，「以兒童為中心」的精神很難完全落實，當中原因有三，其一是「主體」與「學習」這兩個理念本質上存在著矛盾，因為兒童無論身體或心智都不成熟，需要成年人的照顧及指導，而「學習」包含了依附的意思。因此，兒童的主體性是有限的。其二是兒童有多大主體性受到當時的社會制約，例如，盧梭在《愛彌兒》(Emile) 一書根據自然主義精神設計男孩的教育。可是，書中第五章關於女孩的教育，卻非常傳統。基本上，書中女孩(蘇菲)的教育只是賢妻良母的培養。她的主體性根本被壓抑了。第三，教育不能完全隨兒童的心之所向。教育目標包括了知識與態度的培養。假如完全依照兒童的喜好任其發展，教育的成果（起碼是社會一般期望的成果）便會減少。麥肖玲（2003，頁 36-37）亦提到，夏山教育曾令不少教師嚮往，可是，今天夏山的教學被評為「不足」，自由學習的原則在實踐時被視為鬆散放任、監管不足 (Lamb, 1992; OFSTED, 1999; Neill,



1968)。此外，如果完全以兒童為中心，到他們長大時未必能適應成人社會的規則。因此，即使在西方，「以兒童為中心」僅是一個相對、而非絕對的理念。

此外，近年亦有一些學者乾脆否定「以兒童為中心」這理念，並提出取代性的見解。Egan (2002) 認為「以兒童為中心」是在理念上犯了根本的錯誤，他本人大力提倡學養心智理論，以擺脫「以兒童為中心」、「以學科為中心」及「以社會為中心」這三個課程理念所造成的鐘擺現象。鄧國俊嘗試將其學養心智理論引入數學教育 (2003, 2005) 及師資培訓中(2002)。英國數學教育學者 Ernest (1991) 以哲學及社會學理論為基礎，把一些影響教育的社會團體分成為：工業訓練者、科技實用主義者、古典人文主義者、進步主義教育工者和大眾教育工作者。Ernest 所信奉及提倡的是大眾教育工作者信念，其數學哲學是社會建構主義，數學知識被看成是可改正的和經驗的，嚴謹的科目界限瓦解；從社會價值的介入和科目的社會歷史發展角度，數學被看成是受文化局限和充滿社會價值，而數學教育本身是要肩負社會改良及文化的造的任務。

## 二、東西教育理念差異

1960、1970 年代，香港普遍強調權威，並以學科為中心及教師為中心 (楊延堯，1976；余榮燊，2003)，加上傳統中國人對良好學習態度的理解，如「勤有功、戲無益」、「業精於勤荒於嬉」，推行「以兒童為中心」的課程有一定的困難。鄭肇楨(1985) 在〈遊戲與學習〉一文開始時，也要糾正一下這種「缺遊戲文化」。他感慨的說：「以前的人常說：『勤有功，戲無益。』其實這句話最少後半句是錯的。以往，老先生們及家長常拿它來訓示兒童，當然是未明遊戲對兒童的作用」(頁 183)。

再者，傳統華人社會強調長幼尊卑分明，強調尊師重道。因此，教學以教師為中心、以典籍為權威，是華人社會的普遍現象，甚至可說是華人社會倫理關係的一部份，這又是另一個與「以兒童為中心」互相徑庭之文化因素。此外，家長的意向也是關鍵的因素。他們一方面希望孩子快樂，另一方面卻擔心孩子少學了內容，將來升到傳統班或轉到不施行活動教學的學校會跟不上，這顯然與源自科舉的考試文化有關 (Wong, 2004)。這意味著他們認為愉快學習與有效學習不能兼得 (麥肖玲, 2003, 頁 39)。這些因素至今仍是推行「以兒童為中心」及「建構式」教學的一個障礙。

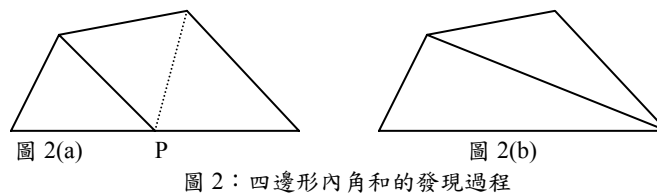
試舉一個數學教學實例：在一個研討會<sup>5</sup>中，美國數學教育專家闡述了建構主義式的教學。當時提出借助學具 (manipulative) 讓小學生發現數學結果，然後分組匯報。教育專家一再強調，要點是老師不能干預，縱使學生得到一些錯誤的結果 (並作匯報) 時，教師不應插嘴，不用糾正。因為這些糾正應由學生日後慢慢發現。當然這中間還帶有不應用教師權威迫令學生接受知識的這個概念。這顯然與福祿布爾所言「不要經常即時和直接回答兒童的問題」，有共通之處。可以想見，這種論點當場引起華人學者的一陣哄動。難怪顧泠沅 (在後來的一個場合) 寫了「尋找中間地帶」一系列文章 (顧泠沅、易凌鋒、聶必凱, 2003; Gu, 2000)，東西方在這些教育問題上的觀點仍是南轅北轍，可以想見。

再舉一個實例，就是多邊形內角和的「自我發現」：學生已知三角形的內角和，學生在老師的引導下，知道需要把四邊形割成三角形去求四邊形的內角和，於是老

---

<sup>5</sup> Heddens, J. W. (1994). Using manipulatives in primary school teacher preparation. Presentation at Workgroup on primary school teacher preparation, ICMI-China Regional Conference on Mathematics Education at Shanghai, 15-20 August.

師讓學生自行探索。有學生如圖 2a 的分割，老師說這是可以的，因為三個三角形的內角和共為  $540^\circ$ 。扣去 P 點的平角就是  $360^\circ$ 。但以「中國式的自我發現法」，老師容忍這種做法是不智的。因為這是很難推廣到 n 邊形內角和的規律，老師必須引導學生在一開始已用對角線分割。否則，這個「劇本」就演不成了。從這個例子，老師作為導演的角色至為明顯（見圖 2b）。



### 三、 成果與過程取向問題

莫禮時（1996）指出，「以兒童為中心」理念(或是「建構式」)與傳統教學的其中一大分別，在於內容（content）（或結果, product）取向與過程（process）取向之不同（見圖 3）。

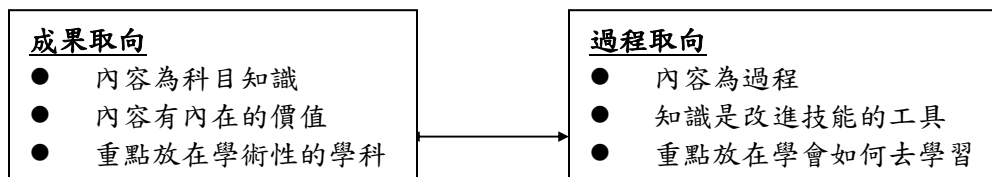


圖 3：課程內容成果取向與過程取向的比較（取自：莫禮士，1996，頁 25-26）

在課程層面中，究竟「過程」與「結果」如何平衡（Howson and Wilson, 1986），是數學教學現代化與本土化思考的重要課題。這其實不只是「平衡」的問題，黃毅英（1995）便提出了「怎樣在教授數學知識之同時，以之作為培養深層能力的基礎」（頁 71）？上面的「中國式的自我發現法」例子就是把「知識」維持在教學的主線，

在這個主線上培養能力。香港課程發展議會（1992）便提出「學生學習數學科，是學習用以建立數學知識的特有計算及思考方法，並學習如何在不同情況下鑒別、應用及傳遞數學的知識（即學生是學習數學的認知學習過程技巧）。同時，學生亦學習有關數學的知識、概念、通則、標準模式和步驟，以及理念的關係（即學生是學習數學的內容或成果）。……課程發展議會工作小組決定將認知學習過程及內容納入數學學習目標的架構中，這個學習目標架構正好與其他國家所編訂的架構相符。」

（頁 2）按照這個定位所發展的香港數學課程（和其他東亞地區的數學課程）與英美的數學課程有所不同，就是沒有把問題解決、傳意等作為獨立的課程標準（Wong, Han & Lee, 2004）。

Howson & Wilson（1986）曾對「過程為本課程」作出不少批評。Gardner（1989）也指出進步主義<sup>6</sup>受到質疑，而 1983 美國頗為震撼的報告書《國家正處危機》（National Commission on Excellence in Education, 1983）正正指出忽視基本功讓美國走向庸才教育，並促請重新重視歷史、數學、科學這些核心科目（見 Gardner, 1989, p.8）。而即使說要由結果轉向過程，由學科轉向跨學科的能力，我們又是否有足夠的社群論述？大家是否有足夠的準備呢？（黃毅英，2005）。

## 肆、 討論：現代化的陷阱，本土化的意義和專業化的價值

### 一、 兒童為中心還是以僱主為中心：現代化的陷阱？

撇開一些非主流觀點，在港台兩地，「以兒童為中心」這取向似是教育現代化

---

<sup>6</sup> 進步主義起於 20 世紀初，以杜威（Dewey）、克伯屈（Kilpatrick）、波特（Bode）等為代表。他們強調經驗世界之變動性，而且真理亦隨之而變，世間無絕對的真理。故此，它否認權威，崇尚自由與民主，重視適應與進步，並強調人性的尊嚴，故亦強調以兒童為中心（楊國賜，1979）。

理所當然的方向，但是現實是否真的如此。即使在美國進步主義最昌盛時期，學校課程取向也並非確實以兒童為中心，而是潛藏着以社會效能和社會重建的思想為主體。按Kliebard (1995, pp.134-173)、Kennedy (2005, p.12) 的分析，David Snedden (1868-1918)、Harold Rugg (1886-1960) 等進步主義的核心人物為例，社會為中心的思想在進步主義佔有重要的地位。換言之，這些思想雖然關心兒童的利益，但更重要的是教育產出對社會的貢獻。事實上，這種既提出以兒童為中心，但隱含扭曲兒童成長發展的本性、只為成年人世界服務，歷史上屢見不鮮。羅素(Russell, 1950, p.146) 探討教師的職能時，亦不忘對教師提出警告：「教師的職責並非教導自己所認同的，而是灌輸僱主認為有用的信念和偏見。」Kennedy (2004) 分析香港2001年推出的《學會學習》(課程發展議會，2001) 時就一針見血地指出，《學會學習》雖然以以兒童為中心為主調，但是基本的政策是基於人力資本的開發和革新是對新的全球經濟需要的恰當回應的這個取態。正如前文提及，不少教師及家長仍然考慮學生的前途，避免兒童長大後未能適應成人的社會，而為兒童設計「最適合」兒童未來適應生存於社會的課程。

這使我們想到，究竟誰在為兒童決定課程？教育的策劃者有多真心讓兒童變成學習的主人(甚至進行社會批判，導致最終要推翻現有建制)，還是只是用「世界變了」作唬嚇、以兒童為中心作幌子，攫奪兒童學習的「代言權」進行教育控制與霸權主義呢？又或如姨媽姑爹(1999, 頁 17) 所言：「以教育服務要社會適應全球經濟需求，俯仰大財團鼻息，教育只能培訓只知『識做』、不懂獨立思考的『買辦』，甚麼『個人發展』到頭來都只不過是虛飾之辭。」值得我們深思！

## 二、 學生自行建構還是合模於所謂「建構式」的課程標準：現代化的陷阱？

近年盛行的建構主義課程，無論在理念與實踐上，都為「以兒童為中心」的數學教學發展注入了新力量（黃毅英，2004b）。在建構主義和教育民主化的思潮下，以兒童為中心的數學教學，就是要讓學生成為學習的主人翁（而非教師或課程），讓學生重新發明（re-invent）及自行建構數學（黃家鳴，2000；Tsang, 2005），讓學生在學習環境中實現「小民主」（張奠宙，2005）。

雖然理論上「課程」可以有更廣泛的意義，可以是一種沒有「範本」、由教師彈性執行的計劃，甚至只是一種有利學習（建構）環境的設置（所謂「範式轉移」）。但是，在華人地區的現況而言，要把建構主義在學校建制上落實成課程就會衍生課程文件，包括教材和教學指引等。這些基本上都只是一種大人眼中估計學生的「假設性學習軌跡」（hypothetical learning trajectory）（Masters & Forcester, 1996; Simon, 1995）。這就可能重覆了「新數學」的覆轍（黃毅英，2003）。當時，Kline（1973, p.1）就有一個「笑話」：

老師問：「何以  $2 + 3 = 3 + 2$ ？」

學生說：「因為均等於 5。」

老師說：「不對，是因為加法的交換性質。」

華人地區近年數學課程改革中亦反覆出現類似問題，例如一題多解本來是培養高層次思維能力的手段，樣板化後，老師可能硬生規定「一題，必須學生提供『五個解』之類。與此同時，多重表徵本來是促進多元了解的方法，於是乎又要學生必

須同時學會特念數學概念的算術、代表和圖象表示（於是不少學生其實是做完了  $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{5}{6}$  才返回來畫圖之類，而不是本來善於用圖像去理解：圖4），變相倍增了學習負擔。每一概念均學習多重表徵，教時不變，於是不是大量減省了知識點便把教學變得擠迫了。

所謂「全方位學習」亦有類似情況，在「表現主義」的扭曲下，變成了全方位考試，而學校教育側重塑造下一代合模於成人所擬定的一種「人格套餐」（周昭和、黃毅英，2000）。

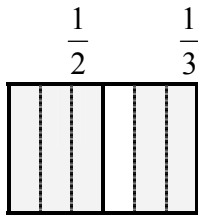


圖4： $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{5}{6}$  的圖示

### 三、「以學生為中心」還是「以學習為中心」：本土化的意義

其實「以兒童為中心」與「以教師為中心」是否一定水火不融呢？Perry, Tracey, & Howard（1998）的實證研究便發現「以兒童為中心」與「傳遞式教學」形成兩個不同的維度。換言之，可能存在既以傳遞方式教授而同時以兒童為中心的情況。第三次國際數學及科學錄像研究提出了「東方」數學課堂的特性，就如 Ausubel(1961, 1968) 所說的「既以教師為主導，亦以學生為中心」（Leung, 2004；黃毅英，2002）。確切地，就如 Watkins & Biggs(2001)所指出的「以學習為中心」(Learning centered)。

再返回上面內角和的例子，從另一個角度審視，這不是堅持教師預設劇本的問題，而是學習的目的在於既發現  $n$  邊形內角和為  $(n-2) \times 180^\circ$  這事實，掌握了三邊形、四邊形、五邊形內角和的規律，同時亦達到具體到抽象這種數學能力的訓練。

我們看不到比老師預設的多邊形分割法更有效的達到這學習目的的途徑。故此，這劇本是為了學習的緣故需要堅持的（除非我們發現更好的學習理由），這正正體現了「以學習為中心」（而非簡化的教學模式，教師或學生為中心）。

與此同時，不少學者提出基本功是創意的不可或缺之基石。Gardner (1989) 透過中國幾種傳統藝術，包括書法和京劇的學習，指出基本功向大師模仿 (modeling) 是創新的階梯 (頁 257)。如果「入法」是「出法」的必要條件 (Wong, 2004)，教師就有佈置這種有利學習條件的責任，包括提供紮實的基本功訓練。在數學本身而言，運算技巧其實是概念的一部分，不可偏廢，問題只在於是否盲操瞎練。有計劃的練習題及好教師引導可促進學生的運算和加深學生的瞭解。由此看來，港台兩地實在引進推動「以兒童為中心」及「建構式」理念時，亦要加入本土化的思考，而非將西方一套照單全收。

#### 四、 學養教學隊伍的渴求：專業化的價值

Peddiwell (1939) 有如此一個著名的劍齒虎的故事。話說石器時期，人們發展了「徒手在清澈澗中捉魚」、「以粗樹枝擊殺小毛馬」和「以火唬嚇劍齒虎」的課程。後來氣候突變，清溪混濁不堪，小毛馬紛紛離開，劍齒虎亦患病死去，換來的是難以擊倒的羚羊和嚇不倒的北極熊。於是有人提出世界變了，教育也應隨之而變。此時智者說：「學校教導學生徒手捉魚，並不是真的為了捉魚，而是培養他們某種素質……。」故此，學習「課程內容」（又或傳統基本功等）也可以成為培養「過程能力」的手段，個中拿捏當然涉及教師的專業了。

當然，要避免現代化的陷阱和對本土化作深刻思索，在在亦需要專業化的教師



隊伍。自古至今，原則與理念易得，良師難求。唐朝黃檗禪師就有這麼的一段對話：

黃檗示眾云：「汝等諸人，……還知大唐國裡無禪師麼？」時有僧出云：

「只如諸方匡徒領眾，又作麼生？」 檗云：「不道無禪，只是無師！」

（宋·圓悟（編）《碧巖錄》，頁 1125）。

今天，各地的課程改革良多，單靠重編教學內容，恐難達至有效的改革成果，必須有賴教師的努力。陳鳳潔、黃毅英、蕭文強（1994）就曾提出「學養教師」的觀念：「這種勇於迎接時代挑戰的數學教師，無論對數學、教育、及學生性向均能掌握，本身亦須為思索者，研究者與課程設計者。具有這些知識和能力的，我們可稱為『學養教師』（頁 53-54）。

## 伍、 結論

從香港數學課程發展歷史的探索中，可以體現課程發展的複雜性。一個看似理所當然的「以兒童為中心」，但在引入香港數學課程時，卻仍經歷漫漫長路。首先，由 1960 年代眾官員的接觸、引入，1970 年代的發展，至 1980 年代的官員與教師互動，部分「以兒童為中心」的「動手」、「探索」、「體驗」確能在數學教學課堂中推行和生根。因此，在 1983 年編寫小學數學課程時，已不僅是文件的內容，也是課堂的實踐。

事實上，1960 年代至 1983 年間的數學課程發展問題眾多而複雜，如「以兒童為中心」理念本身及實踐之困難、東西教育理念的差異、成果取向和過程取向的困惑、誰在設計課程中扮演主導的角色等，都引起不少的爭議。事實上，這不僅是香港引

入及推動「以兒童為中心」課程取向的困惑，也必然是台灣推行「建構式」課程標準的困惑。說回香港，能否說數學課程已達致「以兒童為中心」，甚至是否應推行「以兒童為中心」的數學課程，仍有很大商榷之處。

最後，我們深覺，在後現代社會環境中，課程發展所涉及的，是一個「在相互協調和相互合作」的過程（Slattery, 1995, p.118）；而且，課程發展「……不應以一種模式檢視，不應以封閉系統檢視，而應該視之為一個開放的系統，是所有參與者的一個旅程，一個需要懷著熱情去體驗的旅程，而不是一個目的地。」（Ornstein & Hunkins, 1998, p.19）。如果以這個角度來看香港數學課程發展的歷史，港、台兩地的官員必須深思。

### 參考資料

- 余榮燊（2003）。〈從事小學教育三十六年紀要〉。《春秋雜誌》，第 932-933 期 9-10 月號，頁 9-13。
- 周刁玉珍（1976）。〈香港小學教學試驗計劃第一次週年報告〉。《課程發展》，第一期，頁 20-25。〔English: Chow, M. C. (1976). The first annual report on the pilot scheme in primary schools. *Curriculum Development Journal*, 1, pp.17-21.〕
- 周昭和、黃毅英（2000）。《從課外活動「持分」失衡看教育產品指標化的權力展現》。香港：香港中文大學教育學院香港教育研究所。後載曾榮光（編）（2005）。《廿一世紀教育藍圖？香港特區教育改革議論》（頁 369-408）。香港：香港中文大學出版社。
- 姨媽姑爹（1999）。〈香港教育：其問題與假改革〉。載蔡寶瓊、黃家鳴（編）《姨媽姑爹論盡教改》（頁 17-18）。香港：進一步出版社。
- 香港課程發展議會（1992）。《數學科學習目標（小一至中五）》。香港：香港課程發展議會。

- 張奠宙 (2005)。〈數學證明・數學意識・數學文化〉。載黃毅英 (編)《迎接新世紀：重新檢視香港數學教育——蕭文強教授榮休文集》(頁 55-59)。香港：香港數學教育學會。
- 莫禮時 (1996)。《香港學校課程的探討》(陳嘉琪、溫霈國譯)。香港：香港大學出版社。
- 陳鳳潔、黃毅英、蕭文強 (1994)。教(學)無止境：數學學養教師的成長。載林智中、韓考述、何萬貫、文綺芬、施敏文 (編)。《香港課程改革：新時代的需要研討會論文集》頁 53-56。香港：香港中文大學課程與教學學系。〔後載蕭文強 (編)《香港數學教育的回顧與前瞻》(頁 129-137)。香港：香港大學出版社。Later published in 黃毅英 (編)。《迎接新世紀：重新檢視香港數學教育——蕭文強教授榮休文集》(頁 38-45)。香港：香港數學教育學會。〕
- 麥肖玲 (2003)。〈「以兒童為中心」的理念在中、港的變契與矛盾〉。《課程與教學季刊》，第 6 卷第 2 期，頁 31-48。
- 馮源 (1968)。〈小學裡是否也將教授新數學——小學數學新課程之研究〉。《柏立基師範學院校刊》，頁 22-23。
- 黃家鳴 (2000)。〈現實情境作為數學學習的起點：荷蘭經驗〉。《數學教育》，第 11 期，頁 34-46。
- 黃毅英 (1995)。〈普及教育期與後普及教育期的香港數學教育〉。載蕭文強 (編)《香港數學教育的回顧與前瞻——梁鑑添博士榮休文集》(頁 69-87)。香港：香港大學出版社。
- 黃毅英 (2002)。〈優秀數學教學的要素〉。《數學教育通訊》，第 1 期，頁 14-15。
- 黃毅英 (2003)。〈「建構主義教學」：慎防重蹈「新數學運動」的覆轍〉。《數學教學》2003 年 3 期，4-5。
- 黃毅英 (2004)。〈從兩岸數學教育改革略參建構主義〉。《數學教育》。第 18 期，頁 23-25。
- 黃毅英 (2005)。〈通識教育：一個遙不可及的夢——這究竟是否我們的夢？〉。《教師中心傳真》，第 55 期，頁 6-7。
- 黃毅英、黃家樂 (2001)。〈「新數學」運動的過程及對當代數學教育之啟示〉。載

- 黃毅英 (編)《香港近半世紀漫漫「數教路」:從「新數學」談起》(頁 9-111)。  
香港:香港數學教育學會。
- 楊延燻 (1976)。〈小學數學:研習班、教學中心與教學試驗計劃〉。《課程發展》, 第 1 期, 頁 32-37。
- 楊國賜 (1979)。〈當代美國進步主義與精粹主義教育思想之比較研究〉。載國立台灣師範大學教育研究所 (編)《西洋教育思想(下)》(頁 1035-1043)。台北:偉文圖書出版社有限公司。
- 課程發展議會 (2001)。《學會學習:終身學習、全人發展》。香港:中華人民共和國香港特別行政區。
- 鄭肇楨 (1985)。〈遊戲與學習〉。載鄭肇楨 (編)《教育途徑的拓展》(頁 183-190)。  
香港:廣角鏡出版社。
- 鄧國俊 (2005)。〈初中有向數的教與學:隱喻理論與學養心智理論的啟思〉。  
黃毅英主編,《蕭文強教授榮休文集:迎接新世紀重新檢視香港數學教育》(頁 126-140)。香港:香港數學教育學會。
- 鄧國俊及鍾永康 (2003)。〈數學史與數學課程改革:學養心智理論的啟思〉。  
鄧幹明及曾倫尊主編,《學會學習:數學課程改革評析》(頁 92-109)。  
香港:香港數學教育學會。
- 鄧國俊 (2002)。〈哲理式領悟與中學數學教師教育〉。梁成安主編,《廿一世紀教師的專業成長教育研討會論文集》(頁 63-70)。澳門:澳門大學教育學院及澳門教育暨青年局。
- 鄧國俊、黃毅英、霍秉坤、顏明仁、黃家樂 (2006)。《香港近半世紀漫漫「小學數教路」:現代化、本土化、普及化、規範化與專業化》。香港:香港數學教育學會。
- 顧泠沅、易凌鋒、聶必凱 (編) (2003)。《尋找中間地帶——國際數學教育改革的大趨勢》。上海:上海教育出版社。
- Ausubel, D. P. (1961). In defense of verbal learning. *Educational Theory*, XI, 15-25.
- Ausubel, D. P. (1968). Facilitating meaningful verbal learning in the classroom. *The Arithmetic Teacher*, 15, 126-132.

- Chan, S. C. (1980). *Report of Kei Hin (Epiphany) Primary School on the "Activity Approach" teaching method (1972-1979)*. Hong Kong: Kei Hin (Epiphany) Primary School.
- Egan, K. (2002). *Getting it wrong from the beginning: our progressivist inheritance from Herbert Spencer, John Dewey and Jean Piaget*. New Haven: Yale University Press.
- Ernest, P. (1991). *The philosophy of mathematics education*. London: The Falmer Press.
- Gardner, H. (1989). *To open minds: Chinese clues to dilemma of contemporary education*. New York: Basic Books.
- Griffith, H. B. & Howson, A. G. (1974). *Curricula and society*. London: Cambridge University Press.
- Gu, L. (2000, July–August). *Exploring the middle zone*. Paper presented at the 9th International Congress of Mathematics Education (Gathering of Chinese scholars), Tokyo/Makuhari, Japan.
- Howson, G., & Wilson, B. (Eds.). (1986). *School mathematics in the 1990s*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Kennedy, K. (2005). *Changing schools for changing time: New directions for the school curriculum in Hong Kong*. Hong Kong: The Chinese University Press.
- Kennedy, K. (安桂清譯) (2004) 〈人力資本概念的轉變及其對亞洲部分地區學校課程改革的影響〉。載羅厚輝、徐國棟、鍾啟泉、楊明全(編)。《香港與上海的課程與教學改革》(頁23-40)。香港：香港教育學院。
- Kliebard, H. M. (1995). *The struggle for the American curriculum, 1893-1958*. Boston: Routledge & K. Paul.
- Kline, M. (1973). *Why Johnny can't add: The failure of the new math*. New York: Vintage Books.
- Leung, F. K. S. (2004). The implications of the Third International Mathematics and Science Study for mathematics curriculum reforms in Chinese communities. 載裴娣娜(主編)《兩岸四地中、小學數學課程與教學改革學術論壇：數學教育與學生發展論文集》(頁122-138)。澳門：教育暨青年局。
- Mathematical Association. (1955). *The teaching of mathematics in primary schools: A*

- report prepared for the Mathematical Association for consideration by all concerned with the development of young children.* London: G. Bell & Sons, Ltd.
- National Commission and Excellence in Education. (1983). *A nation at risk.* Washington, D.C.: U. S. Government Printing Office.
- Ornstein, A. C., & Hunkins, F. P. (1998). *Curriculum: Foundations, principles, and issues* (3<sup>rd</sup> ed.). Boston: Allyn and Bacon.
- Peddiwell, J.A (1939). *The Saber-Tooth Curriculum.* New York: McGraw Hill Books.  
黃顯華中文節譯載蓮華(1993)。《教無止境》。香港：廣角鏡出版社。
- Perry, B., Tracey, D., & Howard, P. (1998). Elementary school teacher beliefs about the learning and teaching of mathematics. In H.S. Park, Y.H. Choe, H. Shin, & S.H. Kim (Eds.), *Proceedings of the ICMI-East Asia Regional Conference on Mathematical Education* (Volume 2, pp. 485-497). Seoul, Korea: Korean Sub-Commission of ICMI; Korea Society of Mathematical Education; Korea National University of Education.
- Russell, B. (1950). The functions of a teacher. In B. Russell (Ed.), *Unpopular essays* (pp.140-160). London: George Allen & Unwin Ltd.
- Slattery, P. (1995). *Curriculum development in the postmodern era.* New York: Garland Publishing, Inc.
- The Nuffield Foundation. (1965). *I do, and I understand: Nuffield Mathematics Teaching Project* (first draft not for publication). London: Author.
- Tsang, K. W. F. (2005). Invented strategies versus standard algorithms, creativity versus formality. In N. Y. Wong (Ed.), *Revisiting mathematics education in Hong Kong for the new millennium* (pp.141-155) 。 Hong Kong: Hong Kong Association for Mathematics Education.
- Watkins, D. A., & Biggs, J. B. (Eds.). (2001). *Teaching the Chinese learner: Psychological and pedagogical perspectives.* Hong Kong: Comparative Education Research Centre.
- Wong, N. Y. (2004). The CHC learner's phenomenon: Its implications on mathematics education. In L. Fan, N. Y. Wong, J. Cai, & S. Li (Eds.), *How Chinese learn mathematics: Perspectives from insiders* (pp. 503-534). Singapore: World Scientific.  
〔中譯：黃毅英（2005）。〈儒家文化圈(CHC)學習者的現象——對數學教育的

影響〉。載范良火、黃毅英、蔡金法、李士錡(編)《華人如何學習數學》(頁389-415)。南京：江蘇教育出版社。]

Wong, N. Y., Han, J. W., & Lee, P. Y. (2004). The mathematics curriculum: Towards globalisation or Westernisation? In L. Fan, N. Y. Wong, J. Cai, & S. Li (Eds.), *How Chinese learn mathematics: Perspectives from insiders* (pp. 27-70). Singapore: World Scientific. [中譯：黃毅英、韓繼偉、李秉彝(2005)。〈數學課程：趨向全球化還是趨向西方化〉。載范良火、黃毅英、蔡金法、李士錡(編)《華人如何學習數學》(頁24-61)。南京：江蘇教育出版社。]

#### 作者通訊：

黃毅英。現任香港中文大學課程與教學學系教授。香港數學教育學會創會會長。

E-mail: [nywong@cuhk.edu.hk](mailto:nywong@cuhk.edu.hk)

鄧國俊。現職為香港浸會大學教育學系首席講師。

E-mail: [kctang@hkbu.edu.hk](mailto:kctang@hkbu.edu.hk)

霍秉坤。現職香港中文大學課程與教學學系助理教授。

E-mail: [pkfok@cuhk.edu.hk](mailto:pkfok@cuhk.edu.hk)

顏明仁。現職香港教育學院課程與教學學系助理教授。

E-mail: [myngan@ied.edu.hk](mailto:myngan@ied.edu.hk)

黃家樂。現職香港大學教育學院教學顧問。

E-mail: [klwong3@hkucc.hku.hk](mailto:klwong3@hkucc.hku.hk)