

附錄

附錄一 《緝古算經考注》序

武進 李兆洛

《緝古》何爲而作也？蓋闡少廣、商功之蘊，而加精焉者也。商功之法，廣袤相乘，又以高若深乘之，爲立積。今轉以積與差求廣袤高深，所求之數，最小數也。曷爲以最小數爲所求數？曰：「求大數，則實方廉隅，正負雜糅。求小數，則實常爲負，方廉隅常爲正也。」觀臺羨道、築隄穿河、方倉圓囷、芻蕘輸粟，其形不一，概以從開立方除之，何也？曰：「一以貫之之理也。物生而後有象，象而後有滋，滋而後有數。邪解立方，得兩壅堵，邪解壅堵，一爲陽馬，一爲鼈臠，陽馬居二，鼈臠居一，不易之率也。」今於平地之餘，續狹斜之法，無論爲壅堵、爲陽馬、爲鼈臠，皆作立積。觀其立積內不以所求數乘者，爲減積。以所求數一乘者，爲方法。再乘者爲廉法。所求數再自乘爲立方，即隅法也。從開立方除之，得所求數。若繪圖於紙，令廣袤相乘，以所求數從橫截之，剖平冪爲若干段，又以截高與所求數乘之。分立積爲若干段，若者爲減積，若者爲方，若者爲廉，若者爲隅，條段分明，歷歷可指。作者之意，不煩言而解矣。其云廉母自乘爲方母，廉母乘方母爲實母者之分，開方之要術也。道光四年正月八日，薛玉堂畫水來澄江講院，以李雲門先生所注《緝古算經》見示。於是書立法之根，如鋸解木，如錐劃土，又復補正脫誤，條理秩然，信王氏之功臣矣。爰述大旨，以告世之習是書者，無復苦其難讀云。

附錄二 《緝古算經考注》序

嘉應後學 吳蘭修

《緝古算經》一卷，唐太史丞王孝通撰并注。其上表稱：伏尋《九章·商功篇》，有平地役功受表之術。至於上寬下狹、前高後卑，正經之內，闕而不論。遂於平地之餘，續狹邪之法云云。凡高臺、羨道、築隄、穿河等二十術，皆以從立方開之。西法詳句股開方，而無帶從。《同文算指》有帶從平方，而無立方。梅定九補帶從立方三術，稱爲至密，實未見此書也。且梅氏所舉皆正體立方，猶易布算，此則斜袤廣狹、割截附帶，以法御之，無不曲中，可謂思極豪芒，妙入無間者矣。今以其術考之，立法之要在求小數，以各差加小數而得大數，蓋以各差減大數，則乘除、加減、正負交變，以小數與各差相加，與他數相乘，用加而不用減法，尤簡易也。顧其詞旨深奧，卒不易曉，宋元以降，幾至廢絕。惟汲古閣有影鈔宋本，收於《四庫》、《知不足齋》、《微波榭》、《函海》，並刻之，傳寫脫誤。李雲門先生嘗校正之，釐爲二卷，刊誤補闕凡七百餘字，每術附以算草及割截分并，虛實比例之旨。是書之蘊畢宣，王氏之真盡出，無庸以天元一術推算矣。道光壬辰程晴峯方伯命蘭覆算刻於廣州，距先生之沒垂二十年。方伯爲先生婿，受學最久，嘗刻先生《九章算術細草圖說》九卷、《海島算經細草圖說》一卷行於世云。

附錄三 上輯古算經表

唐 王孝通

臣孝通言：臣聞九疇載敘，紀法著於彝倫；六藝成功，數術參於造化。夫爲君上者，司牧黔首，布神道而設教，采能事而經綸，盡性窮源，莫重於算。昔周公制禮，有九數之名。竊尋九數，即《九章》是也。其禮按：當作理幽而微，其形秘而約，重句聊用測海，寸木可以量天，非宇宙之至精，其孰能與於此者？其理幽而微，其形秘而約，重句聊用測海，寸木可以量天，非宇宙之至精，其孰能與於此者？漢代張蒼刪補殘缺，校其條目，頗與古術不同。魏朝劉徽篤好斯言，博綜纖隱，更爲之注。徽思極毫芒，觸類增長，乃造重差之法，列於終篇。雖即未爲司南，然亦一時獨步。自茲厥後，不繼前蹤。賀循、徐岳之徒，王彪、甄鸞之輩，會通之數無聞焉耳。但舊經殘駁，尙有闕漏，自劉已下，更不足言。其祖暅之《綴術》，時人稱其精妙，曾不覺方邑進行之術，全錯不通；芻蕘方亭之問，於理未盡。臣今更作新術，於此附伸。臣長自閭閻，少小學算。鑄磨愚鈍，迄將皓首。鑽尋秘奧，曲盡無遺。代乏知音，終成寡和。伏蒙聖朝收拾，用臣爲太史丞，比年已來，奉敕校勘傅仁均麻，凡駁正術錯三十餘道，即付太史施行。伏尋《九章·商功篇》有平地役功受表之術，至於上寬下狹、前高後卑，正經之內，闕而不論，致使今代之人不達深理，就平正之間，同欹邪之用。斯乃圓孔方柄，如何可安？臣晝思夜想，臨書浩歎，恐一旦瞑目，將來莫覩，遂於平地之餘，續狹斜之法，凡二十術，名曰《緝古》。請訪能算之人，考論得失，如有排其一字，臣欲謝以千金。輕用陳聞，伏深戰悚。謹言。

附錄四 《緝古算經》提要

清 戴震等

《緝古算經》一卷，唐王孝通撰。其結銜稱通直郎太史丞，其始末未詳。惟《舊唐書·律歷志》戊寅歷條下，有武德九年校歷人算歷博士臣王孝通題，蓋卽其人也。是書一名《緝古算術》，《唐書·藝文志》、《崇文總目》俱稱李淳風注。今案此本，卷首實題孝通撰并注，則《唐志》及《總目》爲誤。又《宋志》作一卷，《唐志》、鄭樵《藝文略》俱作四卷，王應麟《玉海》謂今亡其三。案孝通原表稱二十術，檢勘書內，條目相同，並無闕佚，不知應麟何所據而云然也。書中大旨，以《九章·商功篇》有平地役功受袤之術，其於上寬下狹、前高後卑，闕而不論，世人多不達其理。因於平地之餘，續狹斜之法。凡推朔夜半時月之所離者一術，推仰觀臺及羨道高廣袤者一術，推築堤授工上下廣及高袤不同者一術，推築龍尾堤者一術，推穿河授工斜正袤上廣及深并濬上廣不同者一術，推四郡輸粟窖上下廣袤餘郡別出入及窖深廣者一術，推亭倉上下方高者一術，推芻蕘圓圉者各一術，推方倉圓窖對待者五術，推句股邊積互求者六術，共合二十術之數。中間每以人戶道里、大小遠近，及材物之輕重、工作之時日，乘除進退，參伍以得。其法頗不以深淺爲次第，故讀者或不能驟通。而卒篇以後，由源竟委，端緒足尋，洵爲思極毫芒，曲盡事理。唐代明算立學，習此書者以三年爲限，亦知其術之精妙，非旦夕所克竟其義矣。其書世罕流播，此乃宋元豐七年祕書監趙彥若等校定刊行舊本，常熟毛辰得之章邱李氏，而影鈔傳之者。今詳加勘正，其文間有脫闕，不敢妄補。謹撮取其義，別加圖說，附諸本文之左，以便觀覽云。

附錄五 《緝古算經》跋

清 毛扆

按《唐書·選舉志》制科之目，明算居一，其定制云：凡算學，《孫子》、《五曹》共限一歲，《九章》、《海島》共三歲，《張邱建》、《夏侯陽》各一歲，《周髀》、《五經算》共一歲，《綴術》四歲，《緝古》三歲，《記遺》三等數皆兼習之。竊惟數學爲六藝之一，唐以取士共十經。《周髀》家塾曾刊行之，餘則世有不能舉其名者。扆半生求之，從太倉王氏得《孫子》、《五曹》、《張邱建》、《夏侯陽》四種，從章丘李氏得《周髀》、《緝古》二種，後從黃俞邵又得《九章》。皆元豐七年秘書省刊板，字書端楷，雕鏤精工，真希世之寶也。每卷後有秘書省官銜姓名一幅，又一幅宰輔大臣，自司馬相公而下俱列名於後，用見當時鄭重若此。因求善書者刻畫影摹，不爽毫末，什襲而藏之。但焉得《海島》、《五經算》、《綴術》三種，竟成完璧，並得好事者刊刻流布，俾數學不絕於世，所深願也。

附錄六 《疇人傳續編》之〈李潢傳〉

清 羅士琳

李潢，字雲門，鍾祥人。乾隆三十六年進士，由翰林官至工部左侍郎，博綜羣書，尤精算學，推步律呂，俱臻微妙。與開花戴大司寇簡恪公，共究中西之奧，兩人皆宗中法，道同志合，交稱莫逆。著《九章算術細草圖說》九卷，附《海島算經》一卷，共十卷，簡恪序其書，謂潢嘗言：「陳其數者，下學之言也。知其義者，上達之功也。有數先有象，有象皆可繪。」舊注所云：「解此要當以碁」者，一一顯之於圖。於東原氏所謂：「舛錯不可通」者，一一疏而通之。探蹟索隱，鉤深致遠，臚名標目，咸示古訓，亦猶劉徽「析理以辭，解體用圖」之意也。其自序《重差》圖云：「圖九，望海島，舊有圖解，餘八圖，今所補也。」同式形兩兩相比，所作四率，二三率相乘，與一四率相乘，同積。如欲作圖明之，第取一三率聯為一邊，又取二四率聯為一邊，作相乘長方圖之，自然分為四冪。又以斜弦界為同式句股形各二，則形勢驗矣。舊圖於形外別作同積二方，至兩形相去遼遠者，又必宛轉通之，皆可不必也。圖中以四邊形、五邊形立說，似與句股不類，然於本形外，補作句股形，則亦句股也。四率比例法，在《九章·粟米》，謂之今有，一為所有率，二為所求率，三為所有數，四為所求數，在句股則統目之為率。劉氏注云：「句率、股率、見句、見股」者，是也。今祇云：「同式相比」者，取省易耳，異乘同除，則一也。書甫寫定，潢即一病不起，遺囑務俟吳門沈欽裴算校，方可付梓。越八年，嘉慶庚辰歲，其甥儀部程喬采，不敢違垂死言，延沈至家，為之校刊，以成其志。《九章》初經，東原戴氏從《永樂大典》中錄出，一刻於曲阜孔氏，再刻於常熟屈氏，悉依戴氏原校本刊刻，其時古籍甫顯，校訂較難。不無間有扞格，自是天下之習《九章》者，莫不家弄一編，奉為圭臬，而劉徽《九章》，亦從此有善本矣。潢又嘗因古《算經十書》中，《九章》之外最著者，莫如王孝通之《輯古》。唐制開科取士，獨《輯古》四條，限以三年，誠以是書隱奧難通，世所傳之長塘鮑氏、曲阜孔氏、羅江李氏各刻本，又悉依汲古閣毛影宋本，祇有原術文，而未詳其法，且復傳寫脫誤。雖經陽城張氏，以天元一術推演細草，但天元一術，創自宋元時人，究在王氏後，似非此書本旨。爰本《九章》古義，為之校正，凡其誤者糾之，闕者補之，著考注二卷，以明斜袤廣狹、割截附帶，分并虛實之原，務如其術乃止。稿未成，潢歿，後為南豐劉衡，授其同鄉揭某，以西士開方法，增補算學，并附圖解，刻於江西省中，喧賓奪主，殊亂其真。嗣儀部任粵東藩時，取江西刻本，削去圖草，仍以原考注刊布。武進李兆洛，為之序曰：「《緝古》何為而作也？蓋闡少廣、商功之蘊，而加精焉者也。商功之法，廣袤相乘，又以高若深乘之，為立積。今轉以積與差求廣袤高深，所求之數，最小數也。曷為以最小數為所求數？曰：『求大數，則實方廉隅，正負雜糅。求小數，則實常為負，方廉隅常為正也。』觀臺羨道、築隄穿河、方倉圓囷、芻蕘輸粟，其形不一，概以從開立方除之，何也？曰：『一以貫之之理也。物生而後有象，象而後有滋，滋而後有數。邪解立方，得兩壅堵，邪解壅堵，一為陽馬，一為鼈臠，陽馬居二，鼈臠居一，不易之率也。』今於平地之餘，續狹斜之法，無論為壅堵、為陽馬、為鼈臠，皆作立積。觀其立積內不以所求數乘者，為減積。以所求數一乘者，為方法。再乘者為廉法。所求數再自乘為立方，即隅法也。從開立方除之，得所求數。若繪圖於紙，令廣袤相乘，以所求數從橫截之，剖平冪為若干段，又以截高與所求數乘之。分立積為若干段，若者為減積，若者

爲方，若者爲廉，若者爲隅，條段分明，歷歷可指。作者之意，不煩言而解矣。其云廉母自乘爲方母，廉母乘方母爲實母者之分，開方之要術也。道光四年正月八日，薛玉堂畫水來澄江講院，以李雲門先生所注《緝古算經》見示。於是書立法之根，如鋸解木，如錐劃地，又復補正脫誤，條理秩然，信王氏之功臣矣。爰述大旨，以告世之習是書者，無復苦其難讀云。」九章算術細草圖說、輯古算經考注。

論曰：「算自明際寢疎，古籍散佚，前賢精義，百無一存，西士因得逞其技。明人驟見西法，詫爲神奇，趨之若鶩，遂漫以爲古法不逮，噫是何辭之僞歟。即有一二知算之士，狃於眾習，昧於絕詣，雖欲崇中黜西，而是非曲直，先已模糊，又安能澈底窮源，直揭其短。侍郎信古能篤，實事求是，其於中西之學，孰優孰劣，早經了了於胸中。故所著《九章細草》、《輯古考注》二書，能發古人之真解，與古人息息相通，可謂力挽迴瀾，初非西學者所能窺其厓岸，倒置黑白也。《考注》第三問築隄下第四術，原稿奪注，劉君依例補之可也。惜其第三術屢列西法開方兩算草，與侍郎通體義例不協，不解何意，因思此蓋揭某妄增之草，方伯芟之未盡耳。余恐世支讀侍郎書者，以此議侍郎，故特表白之。」

附錄七 《緝古算經考注》之題目、答案與術曰

題號	題目、答案與術曰
<p>卷上 第一術</p>	<p>假令天正十一月朔、夜半，日在斗十度七百分度之四百八十。以章歲爲母，朔月行定分九千，朔日定小餘一萬，日法二萬，章歲七百，亦名行分也。也當作法，據戊寅元術校改。今不取加時脫日字度。問天正朔夜半之時月在何處？</p> <p>答曰： 在斗四度七百分度之五百三十。</p> <p>術曰： 推朔夜半月度新術，不復加時日度，月蝕乃可用之。潢案：不復當依前注作不須，月蝕當作有定小餘。以章歲減朔月行定分，餘以乘朔日定小餘，滿日法而一，爲先行分。不盡者，半法已以通上收成一，已上當作下者棄之。若先行分滿日行分而一，爲度分，以減朔日夜半日所在度分。若度分不足減，加往宿度。其分不足減者，退一度爲行分而減之。餘即朔日夜半月行所在度及分也。</p>
<p>第二術</p>	<p>假令太史造仰觀臺，上廣、袤少，下廣、袤多。上、下廣差二丈，上、下袤差四丈，上廣、袤差三丈，高多上廣一十一丈。甲縣差一千四百一十八人，乙縣差三千二百二十二。夏程人功常積七十五尺，限五日役臺畢。羨道從臺南面起，上廣多下廣一丈二尺，少袤一百四尺，高多袤四丈。甲縣一十三鄉，乙縣四十三鄉，每鄉別均賦常積六千三百尺，限一日役羨道畢。二縣差到人共造仰觀臺，二縣鄉人共造羨道，皆從先給甲縣，以次與乙縣。臺自下基給高，道自初登給袤。問臺道廣、高、袤，及縣別給高、廣、袤各幾何？</p> <p>答曰： 臺高一十八丈；上廣七丈，下廣九丈；上袤一十丈，下袤一十四丈。 甲縣給高四丈五尺；上廣八丈五尺，下廣九丈；上袤一十三丈，下袤一十四丈。 乙縣給高一十三丈五尺；上廣七丈，下廣八丈五尺；上袤一十丈，下袤一十三丈。 羨道高一十八丈；上廣三丈六尺，下廣二丈四尺；袤一十四丈。 甲縣鄉人給高九丈；上廣三丈，下廣二丈四尺；上袤七丈，下袤一十四丈。 乙縣鄉人給高九丈；上廣三丈六尺，下廣三丈；下袤七丈。</p> <p>求臺上下廣袤高術曰： 以程功尺數乘二縣人，又以限日乘之，爲臺積。又以上、下袤差乘上、下廣差，三而一，爲隅陽冪。以乘截高爲隅陽截積冪冪字衍。又半上、下廣差，乘斬當作壘上袤，爲隅頭冪。以乘截高爲隅頭截積。所得所得</p>

	<p>二字衍并二積，以減臺積，餘爲實。以上、下廣差并上、下袤差，半之，爲正數。加截當作壘上袤，以乘截高，所得增隅陽冪，加隅頭冪，爲方法。又并截高及截當作壘上袤與正數，爲廉法，從。開立方除之，即得上廣。各加差，得臺下廣及上下袤、高。</p> <p>求均給積尺受廣袤術曰： 以程功尺數乘乙縣人，又以限日乘之，爲乙積。三因之，又以高冪乘之，以上、下廣差乘袤差而一，爲實。又以臺高乘上廣，廣差而一，爲上廣之高。又以臺高乘上袤，袤差而一，爲上袤之高。又以上廣之高乘上袤之高，三之，爲方法。又并兩高，三之，二而一，爲廉法，從。開立方除之，即乙高。以減本高，餘即甲高。此是從下給臺甲高。又以廣差乘乙高，以本高而一。所得加上廣，即甲上廣。又以袤差乘乙高，如本高而一。所得加上袤，即甲上袤。其甲上廣、袤即乙下廣、袤。臺上廣、袤即乙上廣、袤。其後求廣、袤有增損者，皆倣此。</p> <p>求羨道廣袤高術曰： 以均賦常積乘二縣五十六鄉，又六因爲積。又以道上廣多下廣數加上廣少袤，爲下廣少袤。又以高多袤加下廣少袤，爲下廣少高。以乘下廣少袤爲隅陽陽字衍文冪。又以下廣少上廣乘之，爲鼈隅原脫積字。以減積，餘，三而一，爲實。并下廣少袤與下廣少高，以下廣少上廣乘之，爲鼈從橫廉冪。三而一，加隅陽冪，爲方法。又以三除上廣多下廣，以下廣少袤、下廣少高加之，爲廉法，從。開立方除之，即下廣。加廣差，即上廣；加袤多上廣於上廣於上廣三字衍文，即袤；加廣廣當作高多袤，即道高。</p> <p>求羨道均給積尺，甲縣受廣、袤術曰： 以均賦常積乘甲縣一十三鄉，又六因爲積。以袤再乘之，以道上、下廣差乘臺高爲法而一，爲實。又三因下廣，以袤乘之，如上、下廣差而一，爲都廉，從。開立方除之，即甲袤。以廣差乘甲袤，本袤而一。以下廣加之，即甲上廣。又以臺高乘甲袤，本袤除之，即甲高。</p>
第三術	<p>假令築隄，西頭上、下廣差六丈八尺二寸，東頭上、下廣差六尺二寸，東頭高少於西頭高三丈一尺，上廣多東頭高四尺九寸，正袤多於東頭高四百七十六尺九寸。甲縣六千七百二十四人，乙縣一萬六千六百七十七人，丙縣一萬九千四百四十八人，丁縣一萬二千七百八十一人。四縣每人一日穿土九石九斗二升。每人一日築常積一十一尺四寸十三分寸之六。穿方一尺得土八斗。古人負土二斗四升八合，平道行一百九十二步，一日六十二到。今隔山渡水取土，其平道只有一十一步，山斜高三十步，水寬一十二步。上山三當四，下山六當五，水行一當二。平道踟躕十加一，載輸一十四步。減計一人作功爲均積，四縣共造，一日役畢。今從東頭與甲，其次與乙、丙、丁。問給斜、正袤與高，及下廣，并每人一日自穿、運、築程功，及隄上、下高、廣各幾何？</p> <p>答曰：</p>

一人一日自穿、運、築，程功四尺九寸二分當作六分。
西頭高三丈四尺一寸，上廣八尺，下廣七丈六尺二寸。
東頭高三尺一寸，上廣八尺，下廣一丈四尺二寸，正袤四十八丈，斜袤四十八丈一尺。
甲縣正袤一十九丈二尺，斜袤一十九丈二尺四寸，下廣三丈九尺，高一丈五尺五寸。
乙縣正袤一十四丈四尺，斜袤一十四丈四尺三寸，下廣五丈七尺六寸，高二丈四尺八寸。
丙縣正袤九丈六尺，斜袤九丈六尺二寸，下廣七丈，高三丈一尺。
丁縣正袤四丈八尺，斜袤四丈八尺一寸，下廣七丈六尺二寸，高三丈四尺一寸。

求人到程功運、築積尺術曰：
置上山四十步，下山二十五步，渡水二十四步，平道一十一步，踟躕之間十加一，載輸一十四步，一返計一百二十四步。以古人負土二斗四升八合，平道行一百九十二步，以乘一日六十二到，爲實。却以一返步爲法。除，得自運土到數也。又以一到負土數乘之，却以穿方一尺土數除之，得一人一日運功積。又以一人穿土九石九斗二升，以穿方一尺土數除之，爲法，除之，得穿用人數。復置運功積，以每人一日常積除之，得築用人數。并之得六人，共成二十九尺七寸六分。以六人除之，即一人程功也。

求隄上、下廣及高、袤術曰：
一人一日程功乘總人爲隄積。以高差乘下廣差，六而一，爲鼈冪。又以高差脫乘字小頭廣差，二而一，爲大臥壘頭冪。又半高差乘上廣多東頭高之數，爲小臥壘頭冪。并三冪，爲大小壘鼈率。乘正袤多小高之數，以減隄積，餘爲實。又置半高差，及半小頭廣差與上廣多小頭高之數，并三差，以乘正袤多小頭高之數。以加率爲方法。又并正袤多小高、并上廣多小高及半高差，而增之兼而增之兼四字衍文半小頭廣差加之爲廉法，從。開立方除之，即小高。加差即各得廣、袤、高。又正袤自乘、高差自乘，并，而開方除之，即斜袤。

求甲縣高、廣、正、斜袤術曰：
以程功乘甲縣人，以六因取積。又乘袤冪，以下廣差乘高差，以以當作爲法，除之，爲實。又并小頭上、下廣，以乘小高，三因之，爲垣頭冪。又乘袤冪，如法而一，爲垣方。又三因小頭下廣，以乘正袤，以廣差除之，爲都廉，從。開立方除之，得小頭脫袤字即甲袤。又以下廣差乘之，所得此二字衍文，以正袤除之。所得，加東頭下廣，即甲廣。又以兩頭高差乘甲袤，以正袤除之，以加東頭高，即甲高。又以甲袤自乘；以隄東頭高減甲高，餘自乘，并二位，以開方除之，即得斜袤。求高廣以本袤及高廣差求之以上十二字衍文。若求乙、丙、丁，各以本縣人功積尺，每以前大高、廣爲後小高、廣。凡廉母自乘爲方母，廉母乘方母爲實母。

求隄都積術曰：

	<p>置西頭高，倍之，加東頭高，又并西頭上、下廣，半而乘之。又置東頭高，倍之，加西頭高，又并東頭上、下廣，半而乘之。并二位積，以正袤乘之，六而一，得隄積也。</p>
<p>卷下 第一術</p>	<p>假令築龍尾隄，其隄從頭高、上上字衍文闊以次低狹至尾。上廣多，下廣少。隄頭上、下廣差六尺，下廣少高一丈二尺，少袤四丈八尺。甲縣二千三百七十五人，乙縣二千三百七十八人，丙縣五千二百四十七人。各人程功常積一尺九寸八分。一日役畢。三縣共築，今從隄尾與甲縣，以次與乙、丙。問龍尾隄從頭至尾高、袤、廣，及各縣別給高、袤、廣各多少？</p> <p>答曰： 高三丈，袤六丈六尺，上廣二丈四尺，下廣一丈八尺。 甲縣高一丈五尺，袤三丈三尺，上廣二丈一尺。 乙縣高二丈一尺，袤一丈三尺二寸，上廣二丈二尺二寸。 丙縣高三丈，袤一丈九尺八寸，上廣二丈四尺。</p> <p>求龍尾隄廣、袤、高術曰： 以程功乘總人為隄積，又六因之，為虛積。以少高乘少袤為隅幂，以少上廣乘之，為鼈隅幂當作積。以減虛積，餘，三約之，所得為實。并少高、袤，以少上廣乘之，為鼈從橫廉幂。三而一，加隅幂，為方法。又三除少上廣，以少袤、少高加之，為廉法，從。開立方除之，得下廣。加差即高、廣、袤。</p> <p>求逐縣均給積尺受廣、袤術曰： 以程功乘當縣人為積尺。各六因積尺，又乘袤幂，廣差乘高為法，除之，為實。又三因末廣，以袤乘之，廣差而一，為都廉，從。開立方除之，即甲袤。以本高乘之，以本袤除之，所得加末廣，即甲上廣。其甲上廣即乙末廣，其甲高即垣高。求實與都廉如前。又并甲上、下廣，三之，乘甲高，以乘袤幂，以法除之，得垣方，從。開立方除之，即乙袤。餘倣此。</p>
<p>第二術</p>	<p>假令穿河，袤一里二百七十六步，下廣六步一尺二寸；北頭深一丈八尺六寸，上廣十二步二尺四寸，南頭深二百四十一尺八寸，上廣八十六步四尺八寸。運土於河西岸造漕，北頭高二百二十三尺二寸，南頭無高；下廣四百六尺七寸五釐，袤與河同。甲郡二萬二千三百二十人，乙郡六萬八千七十六人，丙郡五萬九千九百八十五人，丁郡三萬七千九百四十四人。自穿、負、築，各人程功常積三尺七寸二分。限九十六日役河漕俱了。四郡分共造漕，其河自北頭先給甲郡，以次與乙，合均賦積尺。問逐郡各給斜、正袤、上廣及深，并漕上廣各多少？</p> <p>答曰： 漕上廣五丈八尺二寸一分。 甲郡正袤一百四十四丈，斜袤一百四十四丈三尺，上廣二十六丈四寸，深一十一丈一尺六寸。</p>

	<p>乙郡正袤一百一十五丈二尺，斜袤一百一十五丈四尺四寸，上廣四十九丈九尺二寸，深一十八丈六尺。</p> <p>丙郡正袤五十七丈六尺，斜袤五十七丈七尺二寸，上廣四十八丈三尺六寸，深二十二丈三尺二寸。</p> <p>丁郡正袤二十八丈八尺，斜袤二十八丈八尺六寸，上廣五十二丈八寸，深二十四丈一尺八寸。</p> <p>術曰： 如築隄術入之。(自注：覆隄爲河，彼注甚明。高深稍殊，程功是同，意可知也。按：彼注當作彼法，此係術下注語，誤置於此)。以程功乘甲郡人，又以限日乘之，四之，三而一，爲積。又六因，以乘袤畧，以上廣差乘深差爲法，除之，爲實。又并小頭上、下廣，以乘小頭深，三之，爲垣頭畧。又乘袤畧，以法除之，爲垣方。三因小頭上廣，以乘正袤，以廣差除之，爲都廉，從。開立方除之，即得小頭脫袤字爲甲袤。求深、廣，以本袤及深廣差求之。以兩頭上廣差乘甲袤，以本袤除之，所得加小頭上廣，即甲上廣。以小頭深減南頭深，餘，以乘甲袤，以本袤除之，所得加小頭深，即甲深。又正袤自乘，深差自乘，并，而開方除之，即斜袤。若求乙、丙、丁，每以前大深、廣爲後小深、廣，準甲求之，即得。</p> <p>求濬上廣術曰： 以程功乘總人，又以限日乘之，爲積。六因之，爲實。以正袤除之，又以高除之。所得，以下廣減之，餘，又半之，即濬上廣。</p>
<p>第三術</p>	<p>假令四郡輸粟，斛法二尺五寸。一人作功爲均，自上給甲，以次與乙、丙、丁。其甲郡輸粟三萬八千七百四十五石六斗，乙郡輸粟三萬四千九百五石六斗，丙郡輸粟二萬六千二百七十石四斗，丁郡輸粟一萬四千七十八石四斗。四郡共穿窖，上袤多於上廣一丈，少於下袤三丈，多於深六丈，少於下廣一丈。各計粟多少均出丁夫。自穿、負、築，冬程人功常積一十二尺，一日役。問窖上、下廣、袤、深，郡別出人及窖深、廣各多少？</p> <p>答曰： 窖上廣八丈，上袤九丈，下廣一十丈，下袤一十二丈，深三丈。 甲郡八千七十二人，深一十二尺，下袤一十丈二尺，廣八丈八尺。 乙郡七千二百七十二人，深九尺，下袤一十一丈一尺，廣九丈四尺。 丙郡五千四百七十三人，深六尺，下袤一十一丈七尺，廣九丈八尺。 丁郡二千九百三十三人，深三尺，下袤一十二丈，廣一十丈。</p> <p>求窖深、廣、袤術曰： 以斛法乘總粟爲積尺。又廣差乘袤差，三而一，爲隅陽畧。乃置截上廣，半廣差加之，以乘截上袤，爲隅頭畧。又半袤差乘截上廣，以隅陽畧及隅頭畧加之，爲方法。又置截上袤及截上廣，并之，爲大廣。又并廣差及袤差，半之，以加大廣，爲廉法，從。開立方除之，即深。各加差，即合所問。</p>

	<p>求均給積尺受廣、袤、深術曰： 如築臺術入之。以斛法乘甲郡輸粟爲積尺。又三因，以深冪乘之，以廣差乘袤差而一，爲實。深乘上廣，廣差而一，爲上廣之高。深乘上袤，袤差而一，爲上袤之高。上廣之高乘上袤之高，三之，爲方法。又并兩高，三之，二而一，爲廉法，從。開立方除之，即甲深。以袤差乘之，以本深除之，所得加上袤，即甲下袤。以廣差乘之，本深除之，所得加上廣，即甲下廣。若求乙、丙、丁，每以前下廣、袤爲後上廣、袤。以次皆準此求之，即得。若求人數，各以程功約當郡積尺。</p>
第四術	<p>假令亭倉，上小、下大。上下方差六尺，高多上方九尺，容粟一百八十七石二斗。今已運出五十石四斗。問倉上、下方、高及餘粟深、上方各多少？</p> <p>答曰： 上方三尺，下方九尺，高一丈二尺。 餘粟深、上方俱六尺。</p> <p>求倉方、高術曰： 以斛法乘容粟爲積尺。又方差自乘，三而一，爲隅陽冪。以乘截高，以減積，餘爲實。又方差乘截高，加隅陽冪，爲方法。又置方差，加截高，爲廉法，從。開立方除之，即上方。加差，即合所問。</p> <p>求餘粟高及上方術曰： 以斛法乘出粟，三之，以乘高冪，令方差冪而一，爲實。(自注：此是大、小高各自乘，又相乘，各乘取高。是大高者，即是取高與小高并。潢按：是大高者之是當作凡)。高乘上方，方差而一，爲小高。令自乘，三之，爲方法。三因小高，爲廉法，從。開立方除之，得取出高。以減本高，餘即殘粟高。置出粟高，又以方差乘之，以本高除之，所得加上方，即餘粟上方。</p>
第五術	<p>假令芻蕘上袤三丈，下袤九丈，廣六丈，高一十二丈。有甲縣六百三十二人，乙縣二百四十三人。夏程人功常積三十六尺，限八日役。自穿、築，二縣共造。今甲縣先到，問自下給高、廣、袤各多少？</p> <p>答曰： 高四丈八尺，上廣三丈六尺，袤六丈六尺。</p> <p>求甲縣均給積尺受廣、袤術曰： 以程功乘乙縣人數，又以限日乘之，爲積尺。以六因之，又高冪乘之，又袤差乘廣而一，所得，又半之爲實。高乘上袤，袤差而一，爲上袤之高。三因上袤之高，半之，爲廉法，從。開立方除之，得乙高。以減蕘高，餘即甲高。求廣、袤，依率求之。</p>
第六術	<p>假令圓圃上小、下大。斛法二尺五寸。以率徑一，周三。上、下周差</p>

	<p>一丈二尺，高多上周一丈八尺。容粟七百五斛六斗。今已運出二百六十六石四斗。問殘粟去口上、下周、高，各多少？</p> <p>答曰： 上周一丈八尺，下周三丈，高三丈六尺。 去口一丈八尺，粟周二丈四尺。</p> <p>求圓囷上、下周及高術曰： 以斛法乘容粟，又三十六乘之，三而一，爲方亭之積。又以周差自乘，三而一，爲隅陽幂。以乘截高，以減亭積，餘爲實。又周差乘截高，加隅陽幂，爲方法。又以周差加截高，爲廉法，從。開立方除之，得上周。加差，而合所問。</p> <p>求粟去口術曰： 以斛法乘出粟，三十六乘之，以乘高幂，如周差幂而一，爲實。高乘上周，周差而一，爲小高。令自乘，三之，爲方法。三因小高，爲廉法，從。開立方除之，即去口。(自注：三十六乘訖，即是截方亭。之前方審不別。按：之當作與)。置去口，以周差乘之，以本高除之，所所下脫得字加上周，即粟周。</p>
第七術	<p>假令有粟二萬三千一百二十斛七斗三升。欲作方倉一、圓窖一，盛各滿中，而粟適盡。令高、深等，使方面少於圓徑九寸，多於高二丈九尺八寸。率：徑七、周二十二。問方、徑、深各多少？</p> <p>答曰： 倉方四丈五尺三寸。 窖徑四丈六尺二寸。 高與深各一丈五尺五寸。</p> <p>求方徑高、深術曰： 十四乘斛法，以乘粟數，二十五而一，爲實。又倍多加少，以乘少數，又十一乘之，二十五而一。多自乘加之，爲方法。又倍少數，十一乘之，二十五而一，又倍多加之，爲廉法，從。開立方除之，即高、深。各加差，即方、徑。</p>
第八術	<p>假令有粟一萬六千三百四十八石八斗。欲作方倉四、圓窖三，令高深等。方面少於圓徑一丈，多於高五尺。斛法二尺五寸。率：徑七、周二十二。問方、高、徑各多少？</p> <p>答曰： 方一丈八尺，高、深一丈三尺，圓徑二丈八尺。</p> <p>術曰： 以一十四乘斛法，以乘粟數，如八十九而一，爲實。倍多加少，以乘少數，三十三乘之，八十九而一。多自乘加之，爲方法。又倍少數，</p>

	以三十三乘之，八十九而一，倍多加之，爲廉法，從。開立方除之，即高、深。各加差，即方、徑。
第九術	<p>假令有粟三千七十二石。欲作方倉一、圓窖一，令徑與方等，方多於窖深二尺，少於倉高三尺，盛各滿中，而粟適盡。(自注：圓率、斛法並與前同)。問方、徑、高、深各多少？</p> <p>答曰： 方、徑各一丈六尺，高一丈九尺，深一丈四尺。</p> <p>術曰： 三十五乘粟，二十五而一，爲率。多自乘，以并多少乘之，以乘一十四，如二十五而一，所得以減率，餘爲實。并多少，以乘多，倍之，乘一十四，如二十五而一。多自乘加之，爲方法。又并多少，以乘一十四，如二十五而一，倍多加之，爲廉法，從。開立方除之，即窖深。各加差，即方、徑、高。</p>
第十術	<p>假令有粟五千一百四十五石。欲作方窖、圓窖各一，令口小底大，方面與圓徑等，兩深亦同。其深少於下方七尺，多於上方一丈四尺，盛各滿中，而粟適盡。(自注：圓率、斛法並與前同。)問方、徑、深各多少？</p> <p>答曰： 上方、徑各七尺，下方、徑各二丈八尺，深各二丈一尺。</p> <p>術曰： 以四十二乘斛法，以乘粟，七十五而一，爲方亭積。令方差自乘，三而一，爲隅陽幂。以截多乘之，減積，餘，爲實。以多乘差，加幂，爲方法。多加差爲廉法，從。開立方除之，即上方。加差，即合所問。</p>
第十一術	<p>假令有粟二萬六千三百四十二石四斗。欲作方窖六、圓窖四，令口小、底大，方面與圓徑等，其深亦同。其深少於下方七尺，多於上方一丈四尺，盛各滿中，而粟適盡。(自注：圓率、斛法並與前同。)問上、下方、深數各多少？</p> <p>答曰： 方窖上方七尺，下方二丈八尺，深二丈一尺；圓窖上下方與方窖同。</p> <p>術曰： 以四十二乘斛法，以乘粟，三百八十四而一，爲方亭積尺。令方差自乘，三而一，爲隅陽幂。以多乘之，以減積，餘爲實。以多乘差，加幂爲方法。又以多加差，爲廉法，從。開立方除之，即上方。加差，即合所問。</p>
第十二術	假令有句股相乘幂七百六、五十分之一，弦多於句三十六、十分之九。

	<p>問三事各多少？</p> <p>答曰： 句十四、二十分之七，股四十九、五分之一，弦五十一、四分之一。</p> <p>術曰： 幂自乘，倍多數而一，爲實。半多數爲廉法，從。開立方除之，即句。以弦多數加之，即弦。以句除幂，即股。</p>
第十三術	<p>假令有句股相乘幂四千三十六、五分之一，股少於弦六、五分之一。問弦多少？</p> <p>答曰： 弦一百一十四、十分之七。</p> <p>術曰： 幂自乘，倍少數而一，爲實。半少爲廉法，從。開立方除之，即股。加差即弦。</p>
第十四術	<p>假令有句弦相乘幂一千三百三十七、二十分之一，弦多於股一、十分之一。問股多少？</p> <p>答曰： 九十二、五分之二。</p> <p>術曰： 幂自乘，倍多而一，爲立幂。又多再自乘，半之，減立幂，餘爲實。又多數自乘，倍之，爲方法。又置多數，五之，二而一，爲廉法，從。開立方除之，即股。</p>
第十五術	<p>假令有股弦相乘幂四千七百三十九、五分之三，句少於弦五十四、五分之二。問股多少？</p> <p>答曰： 六十八。</p> <p>術曰： 幂自乘，倍少數而一，爲立幂。又少數再自乘，半之，以減立幂，餘爲實。又少數自乘，倍之，爲方法。又置少數，五之，二而一，爲廉法，從。開立方除之，即句。加差即弦。弦除幂即股。</p>
第十六術	<p>假令有股弦相乘幂七百二十六，句七、十分之七。問股多少？</p> <p>答曰： 股二十六、五分之二。</p>

	<p>術曰： 冪自乘爲實，句自乘爲方法。從，開方除之，所得又開方即股。</p>
<p>第十七術</p>	<p>假令有股十六、二分之一。句弦相乘冪一百六十四、二十五分之十四。問句多少？</p> <p>答曰： 句八、五分之四。</p> <p>術曰： 冪自乘爲實，股自乘爲方法。從，開方除之，所得又開方即句。</p>

附錄八 《緝古算經考注》開方前最終的方程式

題號	開方前最終的方程式(以現代數學符號表示)	開方法術文
卷上 第二術	2.1 $3x^3 + 51x^2 + 215x = 5033$	從。開立方除之
	2.2 $h^3 + 162h^2 + 8505h = 146802.375$	從。開立方除之
	2.3 $x^3 + 276x^2 + 19184x = 633216$	從。開立方除之
	2.4 $y^3 + 840y^2 = 4459000$	從。開立方除之
第三術	3.2 $6x^3 + 3002.4x^2 + 70197.2x = 246643.13$	從。開立方除之
	3.3 $31y^3 + 10224y^2 + 767232y = 743620608$	從。開立方除之
卷下 第一術	1.1 $x^3 + 62x^2 + 696x = 38448$	從。開立方除之
	1.2 $y^3 + 594y^2 = 682803$	從。開立方除之
	1.2 $z^3 + 693z^2 + 42471z = 683665.488$	從。開立方除之
	1.2 $w^3 + 732.6w^2 + 61288.92w = 1508491.512$	從。開立方除之
第二術	2.1 $x^3 + 1728x^2 + 746496x = 7644119040$	從。開立方除之
第三術	3.1 $y^3 + 135y^2 + 4550y = 285000$	從。開立方除之
	3.2 $x^3 + 315x^2 + 32400x = 435888$	從。開立方除之
	3.2 $x^3 + 351x^2 + 40392x = 392688$	從。開立方除之
第四術	4.1 $x^3 + 15x^2 + 66x = 360$	從。開立方除之
	4.2 $x^3 + 18x^2 + 108x = 1512$	從。開立方除之
第五術	$y^3 + 90y^2 = 839808$	從。開立方除之
第六術	6.1 $x^3 + 30x^2 + 264x = 20304$	從。開立方除之
	6.2 $x^3 + 162x^2 + 8748x = 215784$	從。開立方除之
第七術	$y^3 + 603.92y^2 + 91199.8y = 32369022$	從。開立方除之
第八術	$89x^3 + 1550x^2 + 8825x = 572208$	從。開立方除之
第九術	$x^3 + 6.8x^2 + 15.2x = 4289.6$	從。開立方除之
第十術	$x^3 + 35x^2 + 441x = 5145$	從。開立方除之
第十一術	$x^3 + 35x^2 + 441x = 5145$	從。開立方除之
第十二術	$x^3 + 18.45x^2 = 6754.258$	從。開立方除之
第十三術	$x^3 + 3.1x^2 = 1313783.1$	從。開立方除之
第十四術	$2.2x^3 + 6.05x^2 + 5.324x = 1787701.2384$	從。開立方除之
第十五術	$108.8x^3 + 14796.8x^2 + 643956.736x = 13705996.5504$	從。開立方除之
第十六術	$x^4 + 59.29x^2 = 527076$	從。開方除之， 所得又開方
第十七術	$x^4 + 272.25x^2 = 27079.9936$	從。開方除之， 所得又開方