

# 科展指導經驗分享

陳宏仁 數學教師  
◎ 臺北市立南湖高級中學

對於科展，我們常常會聽到一些說法，例如：「科展一定要做得很難才會得獎」、「科展是數理資優班學生的專利，尤其是數學科展」、「科展都是老師自己在做，最後才來教會學生的」……等。對於這些說法其實不然，就筆者而言，本身就有多年指導學生進行科展活動的經驗，而且這些學生也都不是數理資優班的學生，但他們在全國科展會場上同樣也能嶄露頭角。然而，在指導的過程中雖是艱辛與漫長，但常常也會有讓人意想不到的發現及成果，在此願與大家做一分享。

## 分享1：簡介目前國內中小學科展活動現況

目前國內中小學科展活動的進行主要有兩條路線：第一條路線是從學校科學展覽會（簡稱「校內科展」，是由各中、小學校分別舉辦），之後經各地方科學展覽會（縣市科學展覽會、省分區科學展覽會及直轄市科學展覽會）（簡稱「地方科展」，分別是由各縣市政府、教育部（中部辦公室）及直轄市政府教育局主辦），最後到中華民國科學展覽會（簡稱「全國科展」，是由國立臺灣科學教育館主辦）；而第二條路線為直接由國立臺灣科學教育館所主辦的臺灣國際科學展覽會（簡稱「臺灣國際科展」），如圖1。

而表1為我們在全國科展作品中，整理出第14~51屆數學科歷屆作品件數表。

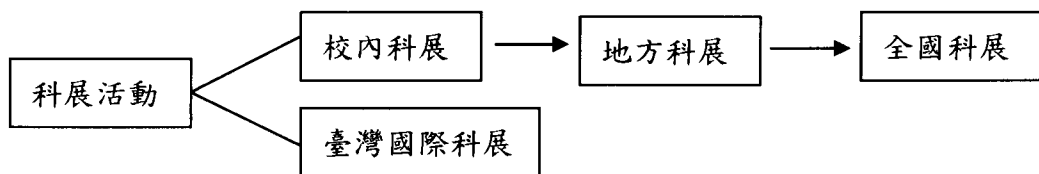


圖1 國內科展活動的兩條路線

表1 全國科展中數學科歷屆作品件數表(14~51屆)

|     |    |    |    |    |    |    |    |    |     |    |
|-----|----|----|----|----|----|----|----|----|-----|----|
| 屆別  | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22  | 23 |
| 作品數 | 9  | 6  | 16 | 6  | 18 | 11 | 13 | 15 | 18  | 22 |
| 屆別  | 24 | 25 | 26 | 27 | 28 | 29 | 30 | 31 | 32  | 33 |
| 作品數 | 17 | 17 | 12 | 14 | 15 | 12 | 13 | 15 | 14  | 11 |
| 屆別  | 34 | 35 | 36 | 37 | 38 | 39 | 40 | 41 | 42  | 43 |
| 作品數 | 13 | 12 | 14 | 13 | 14 | 13 | 15 | 14 | 42  | 47 |
| 屆別  | 44 | 45 | 46 | 47 | 48 | 49 | 50 | 51 | 合計  |    |
| 作品數 | 61 | 70 | 63 | 68 | 65 | 57 | 53 | 56 | 964 |    |

註：1. 表1中，第14~41屆為得獎作品（前三名）、第42~51屆為所有參賽作品。

2. 國立科教館網頁目前第39屆數學作品名冊缺國、高中部分。

3. 教師組比賽舉辦是第7~25屆。

（資料來源：國立臺灣科學教育館）

另外，對於中小學生目前可以參加各項 成表2。

「科展研究」相關競賽之活動，我們也整理

表2 中小學生目前可以參加各項「科展研究」相關競賽之活動一覽表

| 編號 | 活動名稱                 | 報名資格 | 主辦單位   | 人數限制 |      |
|----|----------------------|------|--|------|------|
|    |                      |      |  | 學生   | 指導老師 |
| 1  | 地方科展<br>(如：臺北市中小學科展) | 國高中小 | 臺北市政府教育局<br><a href="http://www.edunet.taipei.gov.tw">http://www.edunet.taipei.gov.tw</a>                  | 1~3  | 1~2  |
| 2  | 中華民國中小學科展            | 國高中  | 國立臺灣科學教育館<br><a href="http://www.ntsec.gov.tw/">http://www.ntsec.gov.tw/</a>                               | 1~3  | 1~2  |
| 3  | 臺灣國際科展               | 國高中  | 國立臺灣科學教育館<br><a href="http://www.ntsec.gov.tw/">http://www.ntsec.gov.tw/</a>                               | 1~3  | 1~2  |
| 4  | 臺北市中等學校<br>科學研究獎助計畫  | 國高中  | 臺北市政府教育局<br><a href="http://www.edunet.taipei.gov.tw">http://www.edunet.taipei.gov.tw</a>                  | 1~3  | 1~2  |
| 5  | 青少年科學人才<br>培育計畫      | 國高中  | 國立臺灣科學教育館<br><a href="http://www.ntsec.gov.tw/">http://www.ntsec.gov.tw/</a>                               | 1~3  | 1    |
| 6  | 丘成桐中學數學獎             | 國高中小 | 國立臺灣大學數學系<br><a href="http://www.math.ntu.edu.tw/~shing_tung/">http://www.math.ntu.edu.tw/~shing_tung/</a> | 1    | 1    |
| 7  | 旺宏科學獎                | 高中   | 財團法人旺宏電子教育基金會<br><a href="http://www.mxeduc.org.tw">http://www.mxeduc.org.tw</a>                           | 1    | 1    |
| 8  | 思源科技創意大賽<br>~數學專題    | 高中   | 財團法人思源科技教育基金會<br><a href="http://www.seed.org.tw">http://www.seed.org.tw</a>                               | 2~5  | 1~2  |

## 分享2：好的數學科展作品應具備的條件

老師們常常會問到：到底怎樣的作品可以稱得上是一件好的數學科展作品呢？對於這個問題，個人提出好的數學科展作品應具備以下三個條件：（一）完整性。（二）嚴謹性。（三）創意性。只要作品能符合以上三個條件，此作品即為好的數學科展作品。其中完整性，除了作品內容的完整之外，還包含了參考資料及工作紀錄的部分。尤其是工作紀錄，這是現在科展競賽中評審非常注重的一環，因為它可以呈現出學生研究的過程及細節，也是評審確認學生參與研究程度的依據。而嚴謹性部分，這本是科學一直都很強調的部分，尤其是數學，其中包含了科學態度及思考程序。最後是創意性，其包含了題材、研究方向的選取及解題的過程，這三部分均可展現出作品的創意程度，這也是一件好的數學科展作品中最重要條件。

總之，什麼是一件好的數學科展作品呢？個人認為一件好的數學科展作品應是在有創意的前提與條件之下，滿足作品的完整性與嚴謹性，而這樣的作品就會是一件好的數學科展作品。

## 分享3：教師引導階段～實施「數學能力培養課程」

一般來說，教師在指導學生進行科展研究之初，只要題目選定、人員到齊，通常一開始就會直接進入所研究的問題部分。但

如此下來，如果學生是第一次參與科展研究，之後常常會發現學生們對於研究環境的陌生、同儕之間的互動不足、學生的半途而廢，甚至是教師對於學生研究特質的不熟悉……等問題。因此對於教師指導學生進行科展研究，個人不會直接進入「實際研究階段」，而是先花上一個月左右的時間來進行「教師引導階段」。

「教師引導階段」，在此階段，到底教師要先引導學生什麼呢？首先，想想看，教師在學生實際進行研究前，希望師生們能具備什麼樣的能力呢？沒錯！這些能力就是在「教師引導階段」中要達成的目標。因此，在此階段，個人會協助師生達成以下五個目標：

- (一) 協助學生熟悉科展研究的環境。
- (二) 協助學生培養數學思考的能力。
- (三) 協助學生在同儕間建立一定的互動默契。
- (四) 協助學生們對於日後研究意願的再確認。
- (五) 協助教師能從中熟悉學生的特質。

這五個目標除了協助學生具有研究的基本能力之外，同時也協助教師熟悉學生的研究特質，這對師生在往後進行實際研究中幫助很大，因此針對這五個目標，進而實施「數學能力培養課程」。

「數學能力培養課程」的設計是以遊戲式數學為題材，在動手玩數學的學習情境下，透過活動式的進行來呈現一種學習數學方法的教材單元活動設計。此課程的設計主要是透過蒐集相關資料改編或自編而定，其

學習著重在思考方式的培養，共分前、後兩期：前期的每個單元主要均以某一種數學方法的學習為主。如：窮舉法、逆向思維、唯一性、對稱性、奇偶性及不變性……等數學方法。而後期的每個單元則為較複雜的數學方法之應用。如：特殊化到一般化的思考過程、數學模組化的運用、基本型架構複雜型……等數學方法的應用。教學過程中以問題呈現、分組討論、質疑辯證以及歸納結論的方式來進行教學，以利於思考方式培養。

學生部分，我們希望在此課程中，學生對於教師所提供的問題是先經過一定時間的思考後再來與教師及同學們共同討論與發表，因此教師會利用前一次課程結束的同時，就將下次討論的問題發給學生，讓學生有充分的時間思考，再於下次上課時讓學生

發表自己的想法，與同學分享及討論，如此透過實作、觀察、討論、發表等相互激盪的方式來學習在往後科展研究的進行過程中較常會使用到的思考方法。

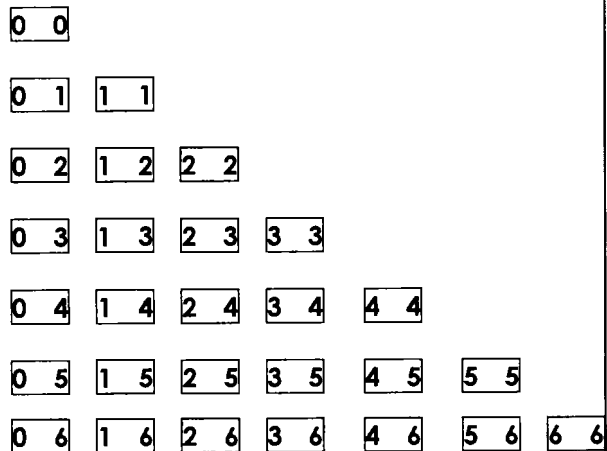
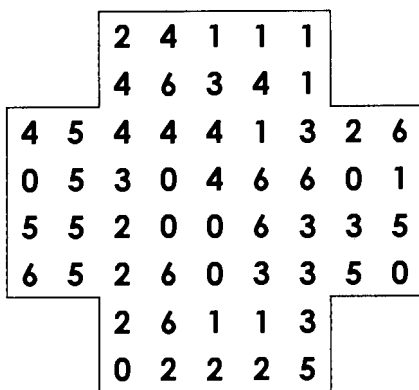
至於教師部分，在發給學生下次要討論的問題時，也先將問題的內容講解過，以免造成學生對於討論的問題產生不清楚或不必要的誤解。另外，在師生共同討論時，教師盡可能讓每位同學都能發表對問題思考後的意見或想法。學生若有解答出來，請他講解其解答的方法；但學生若沒有解答出來時，也讓他發表為何沒有解答出來的理由，將問題拋出而使其他同學也加進來討論。

在此，分別對於前、後期的單元各舉一例說明：

《示例1》：前期--「多明諾骨牌」單元

02. 多明諾骨牌 (Dominoes)

將兩個單位正方形以邊相連接，然後分別在正方形內標記0, 1, 2, 3, 4, 5, 6個點，這就成為多明諾 (Dominoes) 骨牌。全副的多明諾骨牌共有 28 片 (如右圖)。請使用這副 28 片骨牌拼成左圖 (為方便起見，點數用數字代替)，同一片骨牌的數字請用筆圈起來。請逐步說明您選的理由。



【教師教學說明】

教材分析

本單元主要是讓學生們學習透過整體性的思考與系統性的分析，逐步去發現(1.5) (以(1.5)表示 $\boxed{1\ 5}$ ，以下同)只出現一次性的唯一性，再由數字排列間的關係來完成此問題。由於學生在圈選時都必須說明理由，因此不會讓學生有半點「運氣好」的成分在，同時也讓學生們瞭解系統性的逐步分析在數學的學習上是很重要的。

《示例2》：後期--「大象扭出來」單元

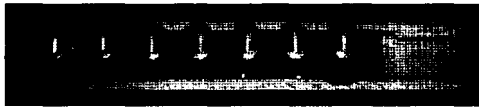
教學過程

- (一)題目在前一次上課發給學生，並作問題說明，同時也請同學先行思考，於下一次上課時，與同學們共同討論。
- (二)等到上課時，先請解答出來的同學發表，發表時並要求學生說明圈選的理由，再由全班一起檢視，討論同學們的解法。
- (三)之後，請未解答出問題的同學也發表其想法。
- (四)最後教師總結。

12. 大象扭出來

「大象扭出來」的構造是由一塊板與一個套所組成，板上有七隻可愛的大象，在不被板套或相鄰的大象所阻擋的情況下，各隻大象可以自由的在原地扭動。透過大象的扭動，如何將大象一隻隻的扭出來？

起始狀態



目的狀態



定義

- 1. 七隻大象(即為七個子)從靠近出口處之第一隻開始編號，依序為1.2.3.4.5.6.7
- 2.  $E_i$ ：第*i*隻大象的頭所朝的方向。

$$3. E_i = \begin{cases} 0 & , E_i \text{ 為出口方向(如目的狀態)} \\ 1 & , E_i \text{ 與出口方向垂直(如起始狀態)} \end{cases} \quad \therefore \text{七隻大象的起始狀態為 } E_1=E_2=\dots=E_7=1$$

- 4.  $a_k$ ：第*k*隻大象的狀態由1到0(或由0到1)所需扭轉的次數。

即大象從  $E_k=1$  到  $E_k=0$  (或  $E_k=0$  到  $E_k=1$ ) 所需扭轉的次數。

- 5.  $S_k$ ：前*k*隻大象的狀態由1到0(或由0到1)所需扭轉的次數。

即大象從  $E_1=E_2=\dots=E_k=1$  到  $E_1=E_2=\dots=E_k=0$  (或  $E_1=E_2=\dots=E_k=0$  到  $E_1=E_2=\dots=E_k=1$ ) 所需扭轉的次數。

**實際操作**

經過實際操作後，當  $n=1,2,3,4,5,6,7$  時，分別記錄其  $a_n$  與  $S_n$  的結果於下表中：

| $n$ | $a_n$ | $S_n$ |
|-----|-------|-------|
| 1   |       |       |
| 2   |       |       |
| 3   |       |       |
| 4   |       |       |
| 5   |       |       |
| 6   |       |       |
| 7   |       |       |

**發現** 從上表中，仔細觀察，是否能發現一些規律性？

**推測** 根據以上的發現，能否推測：若為  $n$  隻大象時，其規律又為何？

**【教師教學說明】****教材分析**

這個單元主要是介紹學生從特殊化到一般化的思考歷程，透過實際操作後，經由整理歸納、猜想及證明，最後得到一般化結果的歸納法訓練。此與之前的單元比較起來，是較為完整而有結構性。當中透過遊戲的方式來進行，使學生更能體會到數學並不都是枯燥無味的，它也有活潑可愛的一面。但因為考慮到學生均未接觸到數學證明，因此，將此單元的教學重點擺在實際操作（特殊化）及發現、推測（猜想）。另外，也讓學生慢慢學習數學符號的定義及使用上的重要性。

**教學過程**

(一)題目與「大象」玩具在前一次上課發給

學生，並作問題說明，同時也請學生先行操弄「大象」玩具，於下一次上課時，與同學們共同討論。

(二)等到上課時，先讓學生熟悉「大象」的解法，並請解答出來的同學教導解答不出來的同學。

(三)等大家都學會了之後，就請學生們完成學習單上的表格紀錄。

(四)根據完成的表格紀錄來與同學們共同討論七隻大象的規律性，並推測若為  $n$  隻大象時，其規律性又為何？

(五)最後教師總結。

整個課程再配合學生課後筆記的整理、課程結束後的評量及最後的個別談話，時間為期一個多月，過程中著重在數學思考的訓

練、對研究環境的熟悉及學生的自我肯定，這都對於學生日後進入「實際研究階段」有所幫助。

## 分享4：實際研究階段～如何確定科展研究的主題與方向

這也是很多老師們最感棘手的問題，沒錯！題目是整件作品的靈魂，若選得好，作品是吃香的，只要研究能順利完成，幾乎都會是一件不錯的作品。但如果題目選得不好，則作品是吃虧的，即使再怎麼做，就是有所侷限。然而怎樣的題目才算是好題目呢？在此整理出數學家、多位數學先進及個人的看法：

### (一)數學家希爾伯特提出好問題的特徵：

- 開始－清晰性和易懂性。
- 經過－困難但又給人希望。
- 結尾－意義重大。

取自 建中數學教師蔡聽池老師「怎樣找一個屬於自己的好問題－從數學問題談起好問題的標準」

### (二)科展各階段應有的特性：

- 國小組：實驗、探索規律。
- 國中組：連結（寬、廣，不要深），理由陳述。
- 高中組：解決問題。

取自 國立臺灣師範大學數學系黃文達教授的演講會

### (三)什麼是理想的數學科展題目？

- 利用中學生的數學能力及基礎數學方法即能夠解決問題。
- 若將相同的題目拿給大學生使用大學數學方法來做，其效果未必顯得比中學生做得更有創意。

取自 國立清華大學數學系全任重教授「製作科展的一些點子」

### (四)一個好的研究主題具有以下特色：

- 必須強調科學性。
- 必須重視原創性。
- 必須把握嚴密性。
- 必須符合能力性。
- 必須配合資源性。
- 最好力求實用性。

取自 建中數學教師曾政清老師「提升高中生國際競爭能力的學校課程--「數理專題研究課程」的實施與創新思維」

而個人覺得，適合國中、小學生的科展題材之特性應為具體化、操作化及遊戲化的問題。因這類的問題較為有趣、不枯燥，學生們也較能勝任，而且更重要的是這類題材較容易展現出創意性。不過在過程中切記：不要為了遊戲而遊戲，既然是數學科展，重點應該是要利用數學方式來解決問題及找出問題中的數學特性才是。如此，整件作品才不會失去數學性。

至於題目要到哪裡找呢？常見的有：坊間的參考書籍、網路上提供的思考問題、從

專題演講中思考子題、從數學課本中提出可探討的題目、從數學競賽題目中推廣尋求問題及從日常生活中形成問題。如同表1，在科教館的網站上蒐集很多全國科展作品，這也是值得老師們找題目參考的好地方。

然而在找尋題目時，不要忘記，可要做文獻探討才是喔！如：有人做過嗎？你的點子和文獻有何異同？如何走出文獻的影子？主要工具、方法和結果是什麼？新嗎？具有影響力嗎？……等，這都是值得注意，不然若真的不小心「撞衫」的話，這可會讓人欲哭無淚。不過要是真的害怕「撞衫」的話，個人的作法為將題目研究的方向再做延伸與推廣，如此不但可以避免「撞衫」，而且還可以增加作品的完整性及創意性呢。

## 分享5：實際研究階段～研究歷程之進行

對於整個科展研究中，其歷程是最漫長也是最艱辛的。以下針對學生及教師部分分別說明。

### (一)學生部分：在漫長的過程中，主要分為三部分來進行

#### 1. 探索的過程--特殊化形成猜想或歸納。

對於研究之初，學生常常會想直接研究一般化的部分，殊不知萬丈高樓皆由平地起的道理，因此特殊化研究的進行、觀察與歸納是不可忽略的。

《示例3》：「一個對局遊戲的研究與推廣」(取自46屆全國科展國中組數學科)

原題：

這是一個兩人輪流取數的對局遊戲。假設遊戲者為甲、乙兩人且甲先玩(即為先手)，並遵守下列規則：

- (1) 共有數字1~5五個數字，兩人必須輪流從中選一數，但不可重複對方「剛」選的數。
- (2) 將兩人所選的數字累加起來，當累加至一個給定的正整數N者算贏。
- (3) 若動彈不得或故意累加的數超過所給定的正整數N者算輸。

問：哪些正整數N，乙方(即後手)有必勝的策略？並證明你的答案。

研究過程與方法：

對於這個問題，一開始採實際操作，從N的最小值開始探討，發現N=1,2,3,4,5,6，先手贏；N=7，後手贏；N=8,9,10,11,12，先手贏；N=13，後手贏。之後經分析與歸納後才能得出結論1：

結論1

- (1) 設N=7後手勝(後手不一定搶到7)，若後手搶不到7，則必能搶到13。
- (2) 設N=13後手勝(後手不一定搶到6)，若後手搶不到6，則必能搶到13。

從以上的《示例3》發現：研究一開始若沒有一步步的操作與觀察，則是無法發現與歸納出結論1。由此可看出：特殊化是研究的開始。

#### 2. 數學化的過程--轉成數學問題或數學語言。

之前談過，研究的題材若為遊戲問題，請不要為了遊戲而遊戲，不然作品很容易喪失數學性。因此，既然是數學科作品，內容



的探討必為數學問題，所以將問題轉成數學問題或數學語言是必要的。

《示例4》：由「一個對局遊戲的研究與推廣」的原題，轉成數學問題或數學語言即為：

在一個兩人輪流取數的對局遊戲中，設前一手拿取的數為 $X_k$ ，下一手拿取的數為 $X_{k+1}$ 且取數範圍為 $1\sim 5$ ，即 $1\leq X_k, X_{k+1}\leq 5$  ( $X_k, X_{k+1}$ 為正整數)。若 $X_k\neq X_{k+1}$ 時，且將兩人所選的數字累加起來，當累加至一個給定的正整數 $N$ 者算贏或當有一方故意將累加的數超過所給定的正整數 $N$ 者算輸。探討後手有必勝策略的 $N$ 值。

### 3. 驗證與證明--一般化的過程。

對於特殊化歸納出來的情形，學生們往往會將它當作一般化的結果(事實上只是問題猜想的形成)，而忽略了數學證明的重要性(不過國小作品就不須證明，只需驗證即可)，也就是失去了數學的嚴謹性。

《示例5》：同樣的，由「一個對局遊戲的研究與推廣」的原題，若從結論1中未經證明而直接歸納出以下的結論2：

#### 結論2

設正整數 $N_k$ 為後手第 $k$ 個有必勝策略的數，則 $N_k$ 值為：

(1) 當 $k$ 為奇數，則  $N_k=7+6+7+6+\dots\dots\dots+7+$

$$6+7+6+7=13\times\left(\frac{k-1}{2}\right)+7$$

(2) 當 $k$ 為偶數，則  $N_k=7+6+7+6+\dots\dots\dots+7$

$$+6+7+6+7+6=13\times\left(\frac{k}{2}\right)$$

即  $N_k$  的值有如以下的雙等差數列：  
7,13,20,26,33,...

此若為中學作品，雖然結論正確而完整，但因無證明就顯得作品不夠嚴謹。

然而，當學生探討完一個小而簡單的問題之後，應再加以乘勝追擊，可將問題再做進一步的延伸與推廣，即從小問題推廣到大問題，由簡單問題延伸至複雜問題，如此更可以為作品的完成度增加完整性及創意性呢！

《示例6》：對於「一個對局遊戲的研究與推廣」的原題，我們可以再進行以下的延伸與推廣：

1. 若將取數範圍由 $1\sim 5$ 改為 $1\sim n$ ，則後手有必勝策略的 $N$ 值是否有規律性？
2. 取數範圍若不從1開始，即改為 $m\sim n$  ( $1<m<n$ )，則後手有必勝策略的 $N$ 值又為何？
3. 除了「不可重複對方剛選的數」的條件之外，若再加上「不可與對方剛選的數字之和恰為取數範圍的頭尾數字之和(即 $m+n$ )」的條件，後手又如何勝出呢？

總之，在整個漫長的研究歷程中，處處充滿挑戰、創新與驚奇，因此學生們需要很有耐心的去面對，但別忘了，過程中應建立工作紀錄喔！

## (二) 教師部分

在漫長的研究歷程中，教師盡量站在一位協助與催化者的角色，其主要工作如：協助研究進度的掌控、協助研究方向的指引與修正、協助學生的分組、協助課外知識的補

充及提供學生諮詢與討論。另外，學生們在過程中難免會對於其他的學習產生影響（如影響課業、與其他同學的互動……等），進而陷入「不知為何而做」的迷失，此時教師對學生們的心理建設就顯得格外重要。

總之，科展作品的研究過程簡單來說即為：由小到大；由簡單到複雜；由特殊化到一般化。

## 分享6：作品發表階段～如何面對評審

當學生走到這個階段時，代表整個科展研究最辛苦的部分已完成（即指作品說明書已出爐），但是別忘了，如何將自己的研究結果推銷給評審知道，這才是最重要的部分。在全國科展中，每件作品分配給評審的時間約為10～15分鐘，其中包含作品介紹及評審提問兩部分，以下分別加以說明：

### （一）作品介紹

時間約為10分鐘，態度應誠懇而有自信，內容盡量以動機、目的、結果、討論、結論為主，過程部分以研究方法及架構來呈現即可，亦可搭配簡報和道具。

### （二）評審提問

在此階段，評審教授們主要是想知道作者對自己作品的瞭解和參與程度，更重要的是作者是否真具有完成科展研究的能力。因此，學生們不用過度緊張，除了能從容不迫的回答評審教授的提問之外，更要能善加運用事先已準備的工作紀錄及參考資料來當作

佐證資料，以增加回答的說服力，但別忘了態度仍要誠懇有禮喔！

另外，國立清華大學數學系全任重教授在《十件「考試不考、學校不教」的數學科展技能》這篇文章中，也提供此階段學生的應答技巧，值得參考：

全任重教授認為科展的每一評審時段都十分短暫。因此，口頭報告時內容要做恰當的取舍，把握重點，避免冒出含糊不清的字眼。

- 多說：從這實驗中我們觀察到這些有趣現象。
- 少說：我證明了這些定理。
- 多談：研究的動機（它能夠為您的創意賣廣告）。
- 少談：研究的邏輯（它大力邀請人們拿放大鏡來挑剔毛病）。
- 多說：我們的結果具有以下的應用。
- 少說：我們推廣了某些已知結果。
- 多展示：幾何意義。
- 少展示：繁雜的代數式。

## 結論

研究之路是為從無到有、從未知到已知的探索之路，過程艱辛，哪怕只有一絲絲的小結果，都會讓學生們覺得欣慰。請老師們多多營造快樂學習與勇於表達的環境，隨時鼓舞學生，堅持走到最後，那種成就感是學生一輩子難忘的經驗。

## 參考資料

<http://www.seed.org.tw>

(財團法人思源科技教育基金會)

左祺、陳治均、陳浩宇、張昕漢（民95）。

一個對局遊戲的研究與推廣。中華民國第46屆中小學科學展覽會。國立臺灣科學教育館。

全任重（民99）。十件「考試不考、學校不教」的數學科展技能。高中數學電子報，48，1~4。

全任重（民92）。製作數學科展的一些點子。科學教育月刊，259，21~28。

陳宏仁（民97）。一位中學數學教師指導國中學生進行獨立研究之歷程分析。國立臺灣師範大學數學系教學碩士班碩士論文。

曾政清（民92）。提升高中生國際競爭能力的學校課程--「數理專題研究課程」的實施與創新思維。科學教育月刊，260，52~60。

蔡聰池（民87）。怎樣找一個屬於自己的好問題—從數學問題談起好問題的標準。臺北：九章。

<http://www.ntsec.gov.tw/User>

(國立臺灣科學教育館)

<http://www.edunet.taipei.gov.tw>

(臺北市政府教育局)

[http://www.math.ntu.edu.tw/~shing\\_tung/](http://www.math.ntu.edu.tw/~shing_tung/)

(國立台灣大學數學系)

<http://www.mxeduc.org.tw>

(財團法人旺宏電子教育基金會)