

# 數學遊戲及其在課堂上的應用

陳嘉皇

崑山科技大學師資培育中心

## 壹、前言

大家都同意創造力是需要原創力的，也同意創造力是種表現或成就，可以反映在問題解決的技巧上。因為創造力對人類文明與進步是項非常重要的資源，因此，如何透過教學的激發與啟動，以奠定創造力的基礎並提供適當的策略促進其充分發展，就成為教育學者和心理學家積極探討及研究的議題。我們常言：數學為科學之母，數學可以訓練我們抽象思維和邏輯推理的習慣，這是解決問題必備的基礎能力；更能從精細的測量及公式的演繹將我們帶入更高超、無法想像的奇異世界，創發出前所未有的文明，因此數學、解決問題和創造力之間是息息相關，互為表裡。

從眾多的文獻資料加以分析，可以發現，數學遊戲是種最常用於創造力訓練與激發解題能力有關課程和教學的活動，它不僅有效、且合乎人性需求，所以在創造力課程的安排與解題的設計上，最適合融入和推行。美國數學教師學會（National Council of Teachers of Mathematics, NCTM, 2000）針對兒童數學教育如何實施提供了一系列的能力指標作為導引，認為國小階段合適的數學教育應該包含幾項要點：(1) 從解決有意義的問題中進行學習；(2) 技巧和問題的解決可以透過遊戲、計劃（projects）以及日常生活的活動加以提升；(3) 必需提供操弄與遊戲的機會；(4) 針對適合學習目標的概念和解題的技巧小心選擇操作的活動；(5) 數學活動需與其它學科和計劃進行統整。如此要求主要的目的在於希冀學校的數學教育能以學生發展的知識為基礎，提供環境鼓勵學生渴望接受新挑戰並成為積極的學習者，建構及擴展學生的直覺和非正式的數學知識，發展強烈的概念性架構，提供技巧習得的定錨。

依據遊戲的定義、內含及其功能詮釋，恰與上述的要求不謀而合，是為達成數學教學與創造力激發的良好活動和工具，是數學概念與問題解決之間溝通與連結的橋樑，頗值基層教師及實務工作者加以應用和推廣。本文擬從數學遊戲的功能先行論述，接著說明良好的數學遊戲應具備的規準並提供遊戲設計之範例，敘

述遊戲的步驟和學生的反應，以驗證遊戲的價值，最後，提出建議作為數學遊戲融入課程教學發展之參考。

## 貳、數學遊戲的功能

心理學家 Erikson 曾說過：學生在玩遊戲宛如大人在作畫一樣，不發一言，可以從頭至尾專心致志將事情做好。我們可以從遊戲的歷程中看到他們如何解決問題，以及他們做錯了什麼。遊戲是我們對學生如何學習情感處理的視窗，也是告訴我們學生如何成長的診斷工具；遊戲具有表達創造力的功能；也具有解析問題的作用。

由於各學者對遊戲的定義特徵關注的焦點不同，而有不同的見解定義，Stoll(1971)將遊戲定義了五種標準：自由從事的、具有挑戰性的、規則結構的組織、與真實世界區隔的、具社會性的功能；Bright, Harvey and Wheeler 則依據 Stoll 的標準，對遊戲的時空限制加以延伸，增加二個標準，即有限制的時空及有限制的步數(Bright, Harvey & Wheeler, 1985)。Johnson 等則提出遊戲是歡笑、愉悅和歡樂的，它對參與者有正面意義。沒有外在目標，它是出自內在動機的。參與者只注重「遊戲」的過程，而不注重它的結果。是自願的，參與者可以自由參與和選擇「遊戲」。參加者都主動投入，參與「遊戲」。不是單一、獨立的行為，它和其他方面有密切關係，例如創造力、解決問題的能力，語言學習、社交技巧…等等(郭靜晃譯，1992)。學者觀點不同，但從其功能比較，卻具有正面積極的意義。數學遊戲的歷程對創造力的啟發與數學概念的習得和應用而言，可以表達什麼功能？根據孩童遊戲行為的觀察不外乎認知、感情、人際關係與解決問題四種功能(Russ, 2001; 2004)，以下則簡略敘述遊戲過程中上述四種關係的發展：

### 一、數學遊戲中的認知歷程

- (一) 組織：是種說故事的能力，伴隨著一種邏輯的時間順序以及原因和效果的指示，利用不同的敘述進行細節與複雜性的思考。
- (二) 擴散思維：能產生不同理念、故事議題和符號的能力。
- (三) 象徵性：能夠將普通的事物（例如積木）轉換到另外事物表徵（把積木當成電話使用）的能力。

(四) 迷戀/假裝：能夠在不同的時間或空間，產生一種「似乎」(as if) 的遊戲行為。

## 二、數學遊戲中的感情歷程

(一) 情感的表達：能夠表達在遊戲情境中的感情狀態，包括了正面和負面感情的表達。

(二) 感情議題的表達：能夠表達遊戲時憂鬱感情的影像和具有爭議的議題，例如學生建築一座軍事城堡準備作戰，這種攻擊是種假想，即使沒有真實的打鬥產生，學生在遊戲中所表達的情感和感情的議題是大相逕庭的。

(三) 舒適及享受：能夠從遊戲經驗中獲得享樂和流連忘返能力，以及在遊戲情境中經歷喜悅和快樂的能力。

(四) 情感的調整和感情的模塑：能夠包容及調整正面和負面情感的能力，並包含了認知與感情兩種歷程。

(五) 感情的認知整合：能夠將感情融合認知的能力，能在認知情境和敘事中表達感情。

## 三、數學遊戲中的人際關係歷程

(一) 同理心：能夠表達他人的關心和照顧。

(二) 人際間的基模/自我和他人的表徵：能夠區別自我與他人發展的程度和信認他人的能力。

(三) 溝通：能夠與他人進行溝通的能力，以及向對方表達情感和理念。

## 四、問題與衝突解決的歷程

(一) 面對問題和衝突：能夠發現產生解決問題的方法。

(二) 解決問題與衝突的化解：能夠進行執行及解題的能力，並且嘗試有效的解題方法。

總而言之，數學遊戲是有價值的，它可發展學生物理的知識、良好的動作技巧、象徵行為、語言和溝通、整體的動作技巧、社會化以及情感的發展。

## 參、良好數學遊戲應具有的規準與範例

### 一、數學遊戲設計的規準

Fein (1981; 1987) 認為一個良好的數學遊戲應該包含了五項特徵：

- (一) 參照的自由：「似乎」(as if) 的概念是很重要的，這樣才能將某物當成另一物看待，將某人視為某種功能處理，時間和地點就能有所差別，事物的交換和轉化才能發生，尤其是當表徵的模型能夠與環境中的人物和事件相配對時，轉換才會發生，這些表徵才能夠被操弄，並從實際的結果予以分離。
- (二) 指示的許可：學生可以採取與真實經驗有關的廣泛實體，物體的交換或許可以是假裝的事件，不只是真實事件的解釋而已，因此學生可以海闊天空自由地冥想。
- (三) 感情上的關係：在單位符號的操作時能呈現出感情的關係，像是害怕、喜愛或憤怒。Fein 建議感情的符號系統在某一普遍的層次上能夠呈現真實或想像的經驗。這些單位是種可操弄、可解釋、可組合及思考的，對遊戲者可產生效果的感覺。Fein 將遊戲當成是種環繞感情和動機已經被組織的符號行為，對創造力的思維而言是非常重要的，擴散思維的能力像做白日夢、遊戲或是畫畫都能活化情感的符號系統。
- (四) 順序上的不確定性：遊戲中事件的順序具有非線性的特質，學生可依其認知發展、情境脈絡尋找線索，做出最合適的決定和安排，呈現出直覺及創意的精神。
- (五) 自我監控：學生能夠了解遊戲具有假裝、非真實的特性，從一段距離可以觀察到自我與遊戲的差異，並理解其間的意義。

## 二、遊戲範例設計介紹

遊戲的設計與進行除了遵循上述規準的要求之外，若能夠實踐及完成數學教學的目標，那麼數學遊戲的推行才有意義，茲以四年級學生兩人一組合作從事「拉丁方格」(5x5) 數字排列的遊戲為例，作者要求學生將不同的區塊數字拆散重新組合成每行、列皆需同時具有 1 至 5 數字的數列，以明瞭學生推理、空間轉移及自我監控能力的表現。茲將遊戲歷程所需器材及步驟說明如下：

### (一) 所需器材、工具

每組成員需準備剪刀、顏色紙或卡紙、黑色簽字筆、直尺。

### (二) 遊戲步驟

1. 首先，教師要求學生將卡紙上的每列方格 (5x5) 依序寫上阿拉伯數字 1 至 5。然後請學生將拉丁方格剪成 9 個區塊 (如圖 1)，檢查每區塊數字

組合的情形。

2. 教師詢問學生發現了什麼規則，請學生討論並發表。
3. 講解遊戲規則：每行、每列（五個方格）皆需有 1 至 5 的數字，數字不能重複，但不一定要按照數字的順序，例如排列的數字串可以為 2、5、3、4、1，若能排列出具有順序的數字組合更好。

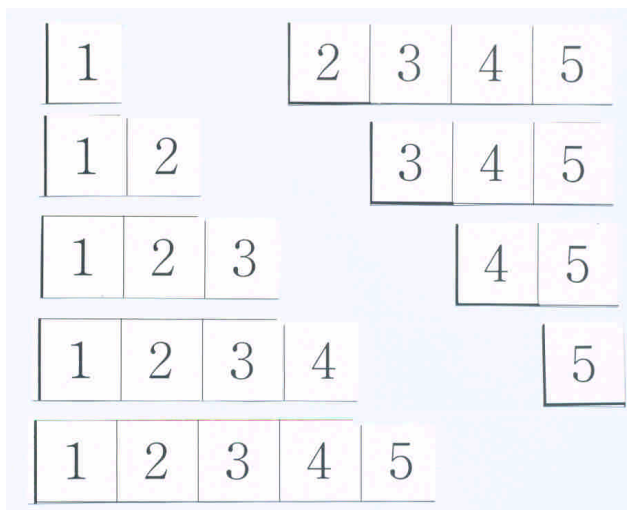


圖 1 5x5 拉丁方格剪成 9 塊後的數字組合

4. 教師將具有 (1、2、3、4、5) 此數字排列的區塊呈現在桌面上，作為遊戲的參照，學生可將它視為解題線索的表徵及初始狀態的指示，在問題空間上透過嘗試錯誤、數列移動及旋轉尋找合乎條件要求的排列組合，期間不斷的檢核監控，直至完成作業（如圖 2 所示）。
5. 教師可以將學生完成的作品呈現在黑板上，讓學生理解解題策略的多樣性，並鼓勵學生發現依數字順序排列的方法。
6. 教師可延伸此遊戲的玩法，設計 7x7、9x9 或 10x10 的拉丁方格，鼓勵學生嘗試更複雜的挑戰。

#### 肆、遊戲歷程中的發現

從拉丁方格排列組合的歷程中，發現學生相互支持、討論排列組合的解題策略、檢驗假設，從中發展嘗試問題的勇氣和信心，終至作業完成，臉上皆展露出娛悅、快樂的情緒，並顯示出自信、滿意的表現。以下是一位在班上數學成績普通的學生的受訪記錄：

我本來覺得這個遊戲很難，但是看見張xx一直嘗試要將它排出來，但是試了

好幾次都沒有成功，我在旁邊看，忽然看見這個數字，放上去後竟然可以，於是我就和他一起試，後來就完成了……。我很高興，我也可以完成這項遊戲，而且張xx一直誇獎我……，我覺得好神氣喔！我們竟然還贏了好多組的同學

(A120050115E)。

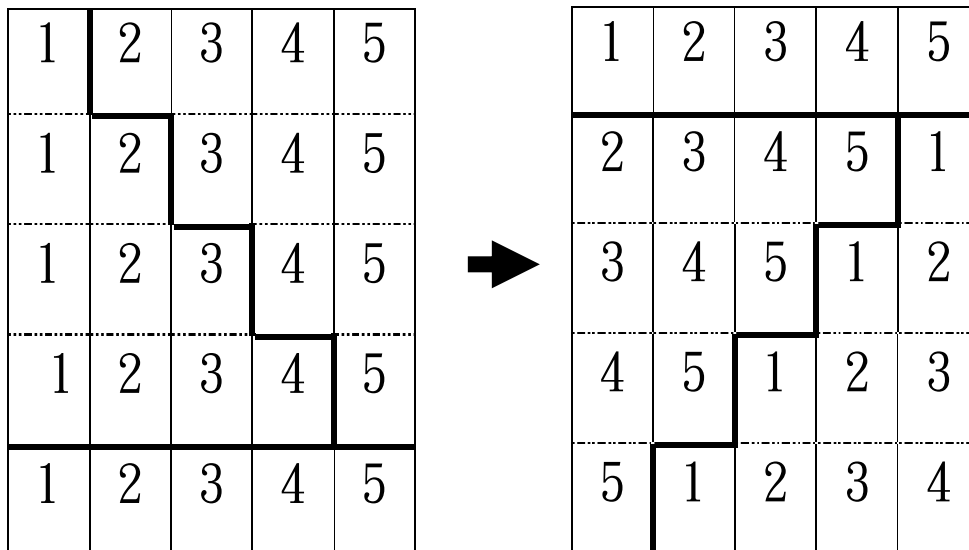


圖 2 學生完成數字有順序排列的作品  
\*圖中虛線代表裁剪的數字區塊

另外，一位女同學和班上同學分享的心得，如下：

雖然我們這組是最快完成的，但聽到同學的報告，我才瞭解原來有這麼多的方法！我還以為只有我們這一組的方法而已，我想以後我會再多用其它的方法試一試，這個問題很有趣 (B220050115R)。

從學生的反應及省思作業中可以發現，最重要的是，在遊戲解題彼此互動的過程中，藉由觀摩討論提供了新技巧習得與練習的機會，鼓勵其對問題環境的精熟，解題的成功亦扮演了促進自尊的角色，增進了自我強化的力量(Landy, 2002; Runco, 2004)。這種自我強化的力量不僅幫助他們對數學學習經驗的組織和統整，更有助於運用策略和技巧處理面對未來的數學難題。

### 伍、數學遊戲融入課程教學（代結語）

數學遊戲融入課程教學，除了可以激發上述認知、情意、社會和問題解決的

功能外，最重要的能協助學生發展自我強化以及創造力，支持和持續學生全人的發展以及遊戲帶來的效能。數學遊戲融入課程及教學如何才有益於自我強化和有效的創造力？作者有以下的建議：

- (一) 符合學生認知能力的發展，提供充分的數學遊戲練習的機會，包括充裕的時間、合作討論的對象和材料資源。
- (二) 鼓勵學生嘗試與挑戰，模塑數學遊戲歷程中特殊的策略和合適的自我強化機會，肯定自我並實現自我。
- (三) 鼓勵學生將其發現，公開並與他人分享，以增強數學遊戲解題策略以及自我強化的運用，提供各層次學生表現機會，增強其解決問題的信心。
- (四) 提供相關經驗的問題情境，遷移並轉化其解題能力，確信教育的經驗可以增加數學遊戲解題策略在自然的環境下維持和產生的可能性。
- (五) 認可並讚賞學生提供的解題策略，少批判和揶揄，確定個體對數學遊戲產生的原初性和創造力價值的辨識。
- (六) 教師應有接納遊戲的價值與功能的認知，並適時的創發遊戲融入教學，以激發學生學習數學的興趣，和提升學生解題的策略和技巧。有包容、開闊胸襟和遠見的成人，才足以培育出有創意、勇於嘗試的新世代人物。

## 參考文獻

- 郭靜晃譯(1992)。《兒童遊戲：遊戲發展的理論與實務》。台北：揚智。
- Bright, G. W., Harvey, J. G. and Wheeler, M. M. (1985). *Jouranal for research in mathematics education*. USA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Fein, G. (1981). Pretend play in childhood: An integrative review. *Child Development*, 52, 1095-1118.
- Fein, G. (1987). Pretend play: Creativity and consciousness. In P. Gorfiltz & J. Wohlwill (Eds.), *Curiosity, imagination, and play* (pp.281-304). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Landy, S. (2002). *Pathways to competence: Encouraging healthy social and emotional development in young children*. Paul H. Brookes Publishing Co.
- National Council of Teachers of Mathematics (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Author.

- Runco, M. A. (2004). Creativity as an extracognitive phenomenon. In L. V. Shavinina & M. Ferrari (Eds.), *Beyond knowledge* (pp.17-26) . Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Russ, S. (1993). *Affect and creativity: The role of affect and play in the creative process*. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Russ, S. (2004). *Play in child development and psychotherapy : Toward empirically supported practice*. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

通訊作者

陳嘉皇，崑山科技大學師資培育中心， [chenchai@aptg.net](mailto:chenchai@aptg.net)