月球何時會成為地球的同步衛星？

蔡尚芳

國立臺灣大學　物理系

摘　要

本文採用平衡理論的假設，除地球與月球的重力外，並將流體壓力、慣性力與離心力，納入考慮，獲得較一般所見更完整的潮汐理論。文中並根據此一理論所得有關潮汐之結果，配合一潮汐摩擦模型，推估出大約再過 260 億年，月球將會變成地球的同步衛星，也就是說到時地球自轉的週期，會慢到與月球公轉的週期一樣。另外，本文亦利用角動量守恆定律，證明當地球自轉與月球公轉的週期變成相同時，地球每自轉一次，將為現在一天的 52.7 倍。

月球的自轉週期，與它繞地球運行的公轉週期(約為 27.322 日)，目前正好是相同的，因此月球總是以相同的一面，面向著地球，我們只能依靠探測太空的航具，繞到另一面，才得一窺月球背面的模樣。這兩種週期所以會相同，推測可能是月球與地球間的潮汐力，對月球的自轉速度，有牽制作用，長期下來終於造成目前兩種週期彼此一致的情形。

不過，目前地球自轉的週期(約為 23.934 小時)，較月球繞地球的公轉週期為短。因此，月球與地 間的潮汐力，對地球的自轉，仍繼續發揮牽制作用，以致地球的自轉速度變得愈來愈慢，而月球與地球間的距離，也變得越來越遠。終有一天，地球自轉的週期，也將變成與月球公轉的週期一樣。到那個時候，月球將成為一顆名符其實的同步衛星，宛如固定在天空中的物體一樣，永遠出現在天空中的同一位置，地面上的觀察者必須位在地球面對月球的那一面，才能看到月球。月球真的成為同步衛星時，地球上的一天，就等於是一個月，這和現在一個月大約有 30 天的情形，真的是不可同日而語。

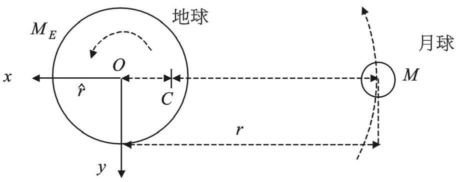
在這篇改編自第二屆亞洲物理奧林匹亞(民國九十年四月二十二日至五月一日，在台北舉行)理論競賽問題的文章中，我們將說明如何估計出還需要多少時間，地球自轉的週期，才會慢到與月球公轉的週期一樣。另外我們也將說明，當這兩種週期變成相同時，地球每自轉一次，究竟需要多少時間。

為了回答這兩個問題，我們把地球與月球合起來看成是一個孤立的系統，和宇宙其餘的部分完全隔絕。雖然太陽的潮汐力對地球自轉的影響，大致也可以比照月球的方式，加以考慮，但為簡化問題，本文中將予忽略。我們將採用以下兩種右手制的直角座標系，做為參考基準。這兩種座標系的第三座標軸，彼此不僅是同向平行，而且都與月球的軌道平面垂直。

(1)第一個座標系，稱為質心(簡稱 CM)座標系，是一個慣性參考系，其原點位於「地球 - 月球」系統的質心 C。

(2)第二個座標系，稱為 xyz 座標系，以地心 O 為其原點，地球的自轉軸為其 z 軸，並以月

球至地球的連心線為其 x 軸，故 $+x$ 方向與圖 1 中標示的單位向量 $\hat{r}$ 相同。在此座標系中，月球永遠位於 $-x$ 軸上。

圖一 

注意：圖一並未依照實際的長度比例繪製，圖中兩個彎曲箭頭所指的方向，就是地球自轉及月球公轉的方向。地球與月球間的距離以 r 表示。

對於這個「地球 - 月球」系統，我們有以下的一些數據與基本假設：

(a)在目前，地球與月球間的距離約為 $r_0 = 3.85\times10^8\ m$，且以每年 0.038 公尺的速率，緩慢地增加，換言之，dr/dt 目前的值為 0.038 m/yr。

(b)月球繞地球公轉的軌道可近似為圓形，其半徑目前為上項中的 r_0。

(c)地球的自轉軸，即 z 軸，垂直於月球的軌道平面。

(d)如無月球的引力作用，則地球的質量分布，在沒有自轉時，呈球對稱，其半徑為 $R_E = 6.371\times10^6$ m 。

(e)不論是地球或是月球，當繞其自轉軸轉動時，其轉動慣量 I，均與質量為 m、半徑為 R 之均勻實體圓球相同，即 $I=\frac{2}{5}mR^2$ 。

(f)覆蓋在地球表面的水，相對於 xyz 座標系，恆維持靜止。這是解釋潮汐現象時最常採用的一個假設，稱為「平衡理論」。

(g)月球質量為 $M = 7.35\times10^{22}$ kg

(h)月球半徑為 $R_M = 1.74\times10^6$ m

(i)地球質量為 $M_E = 5.975\times10^{24}$ kg

(j)萬有引力常數 $G = 6.67259\times10^{-11}$ N・m^2/kg^2。

以下分五個部份，說明如何找出問題的答案。

(甲)「地球 - 月球」系統的總角動量

由於角動量守恆定律是解決前述問題的關鍵，因此以下先求出以質心 C 為參考點時，「地球 - 月球」系統的總角動量 L 的量值。又由於所有的角動量都沿著 z 軸的方向，因此只需考慮各角動量的 z 分量。

因為質心 C 到地心 O 的距離為

$$r_{CM} = \frac{Mr_0}{M+M_E} = \frac{3.85\times10^8}{1+(597.5/7.35)}$$
$$= 4.68\times10^6\ \text{m} = 0.735\,R_E$$

而月球公轉的角速度為

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{27.322\times86400}$$
$$= 2.6617\times10^{-6}\ \text{rad/s} \qquad (1a)$$

故得月球繞質心 C 的軌道角動量為

$$\ell_M = M(r_0 - r_{CM})^2\omega_0$$
$$= 7.35\times(385-4.68)^2\times2.6617\times10^{28}$$
$$= 2.83\times10^{34}\ \text{kg}\cdot\text{m}^2/\text{s}$$

月球自轉的角速度 Ω_M 與公轉的角速度 w_0 相同，即

$$\Omega_M = \omega_0 = 2.6617\times10^{-6}\ \text{rad/s}$$

故月球的自轉角動量為

$$S_M = \frac{2}{5}MR_M^2\Omega_M$$
$$= \frac{2}{5}\times7.35\times(1.74)^2\times2.6617\times10^{28}$$
$$= 2.37\times10^{29}\ \text{kg}\cdot\text{m}^2/\text{s} = 8.40\times10^{-6}\,\ell_M$$

相較之下，月球的自轉角動量遠比它的軌道角動量為小，因此可予忽略。

地球繞質心 C 的軌道角動量為

$$\ell_E = M_E r_{CM}^2\omega_0 = \frac{M}{M_E}\ell_M$$
$$= \frac{7.35}{597.5}\times2.83\times10^{34}$$

$$=3.48\times10^{32}\ \mathrm{kg\cdot m^2/s}$$

因地球自轉的角速度為

$$\Omega_E=\frac{2\pi}{23.934\times3600}$$
$$=7.2922\times10^{-5}\ \mathrm{rad/s}$$

而地球繞其自轉軸的轉動慣量為

$$I=\frac{2}{5}M_ER_E^2$$
$$=0.400\times5.97\times(6.371)^2\times10^{36}$$
$$=9.69\times10^{37}\ \mathrm{kg\cdot m^2/s} \tag{1b}$$

故地球的自轉角動量為

$$S_E=\frac{2}{5}M_ER_E^2\Omega_E$$
$$=7.07\times10^{33}\ \mathrm{kg\cdot m^2/s}$$
$$=20.3\ \ell_E$$

將以上所得的角動量合計，即得「地球 - 月球」系統的總角動量 L 為

$$L=(\ell_M+\ell_E+S_E+S_M)$$
$$=(2.83+0.0348+0.707$$
$$+0.0000237)\times10^{34}$$
$$=3.57\times10^{34}\ \mathrm{kg\cdot m^2/s} \tag{2}$$

注意：$L\approx(\ell_M+\ell_E+S_E)$。

(乙) 當月球變成地球的同步衛星時，地球自轉一次所需的時間

根據圓周運動的公式，月球公轉的角速度 w 與地球 - 月球間的距離 r 滿足以下的關係：

$$\omega^2=\frac{G(M_E+M)}{r^3} \tag{3}$$

上式即牛頓所推得的克卜勒行星運動第三定律。因此，「地球 - 月球」系統相對於質心 C 的軌道總角動量 ℓ 為

$$\ell=(\frac{M_EM}{M+M_E})r^2\omega$$
$$=MM_E(\frac{G^2}{\omega(M+M_E)})^{1/3} \tag{4}$$

注意：$\ell_M=M(\frac{M_Er}{M+M_E})^2\omega$，$\ell_E=M_E(\frac{Mr}{M+M_E})^2\omega$**，故** $\ell=\ell_E+\ell_M$ 。

因月球的自轉角動量可忽略，故當地球自轉的角速度，等於月球公轉的角速度 w 時，「地球 - 月球」系統的總角動量 L 為

$$L=(\ell_M+\ell_E+S_E+S_M)$$
$$\approx MM_E\{\frac{G^2}{(M+M_E)\omega}\}^{1/3}+\frac{2}{5}M_ER_E^2\omega$$
$$=7.35\times5.975\times\{\frac{66.726\times66.726}{5.975+0.0735}\}^{1/3}$$
$$\times10^{30}\omega^{-1/3}+9.69\times10^{37}\omega$$
$$=3.96\times10^{32}\omega^{-1/3}+9.69\times10^{37}\omega$$
$$=3.57\times10^{34}\ \mathrm{kg\cdot m^2/s} \tag{5a}$$

上式中最後的等式，是利用角動量守恆與式(2)後得到的結果。

由式(1a)可知 w 的數量級至多為 10^{-6}，故為了獲得一個關於 w 的初步估計值，可忽略式(5a)中地球的自轉角動量(即倒數第二行的第二項)，而得

$$\omega\approx\omega_1=(\frac{3.96}{357})^3=1.36\times10^{-6}\ \mathrm{rad/s}\ \text{(初估值)}$$

如果依 w 的初估值算出地球的自轉角動量，再重新解式(5a)，則可獲得更準確的估計值，其結果為

$$\omega\approx\omega_f=(\frac{3.96}{356})^3=1.38\times10^{-6}\ \mathrm{rad/s}\text{(次估值)} \tag{5b}$$

依照以上的步驟，逐次求解式(5a)，可逼近正確的答案，但至多只會影響第四位以後的有效數字。

事實上，由於式(5a)可表示成一個四次方程式，故其根之解也可依據公式準確求得，結果顯示這兩種求解方式的答案，是完全一致的(依據根的標準公式求解時，另可得一實數根與兩複數根，但此三個根，並非本問題的答案)。

故當月球變成地球的同步衛星時，地球自轉一次所需的時間為

$$T_f = \frac{2\pi}{\omega_f} = \frac{6.2832}{1.38\times10^{-6}\times86400} = 52.7 \quad \text{日}$$

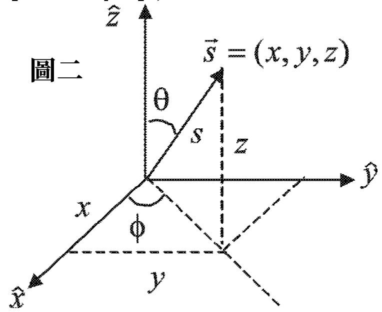
(丙)海水表面的形狀

假設地球可視為無摩擦之固體圓球，外表覆蓋有一層海水，且當月球繞地球運行時，此固體圓球與外層之水，相對於 xyz 座標系，均為靜止不動。

對海水表面上的點，若其位置向量為 $\vec{s} = (x, y, z)$，與地心 O 之距離為 $s = |\vec{s}\,|$，則我們可定義在此點之海平面高度為 $h = s - R_E$（R_E 為地球半徑）。引進如下圖二所示之圓球極座標 (s, f, q)，則直角座標可表示為

$x = s\sin q\cos f$，$y = s\sin q\sin f$，$z = s\cos q$　$(0 \le f < 2p,\ 0 \le q \le p)$

圖二



海平面高度 h 隨 f 和 q 角變化之函數，可求得如下。

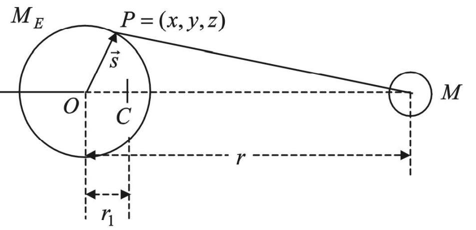


圖 3

依圖三，設在地球上之 $P = (x, y, z)$ 點，其位置向量為 $\vec{s} = x\hat{x} + y\hat{y} + z\hat{z}$，則月球在此點之重力位勢(gravitational potential)為

$$U_M(x, y, z) = -G\frac{M}{\sqrt{r^2 + s^2 + 2rx}}$$

$$\approx -G\frac{M}{r}\left(1 - \frac{x}{r} + \frac{3x^2 - s^2}{2r^2}\right) \tag{6a}$$

上式中之 s 為 O 至 P 的徑向距離，而其最後一項可改寫為

$$U_2 = -GM\left(\frac{3x^2 - s^2}{2r^3}\right)$$
$$= \frac{-GMs^2}{2r^3}(3\sin^2\theta\cos^2\phi - 1)$$
$$= \frac{-GMs^2}{4r^3}(3\sin^2\theta\cos 2\phi - 3\cos^2\theta + 1) \tag{6b}$$

由於地球與月球均繞質心 C 做公轉，故 xyz 座標系並非慣性參考系，依圓周運動公式，位於地心的原點 O 相對於質心 C 的加速度為

$$\vec{a} = -w^2 r_1\hat{r} = -w^2\frac{M}{M_E + M}\vec{r} \tag{7a}$$

因此在 xyz 座標系中，海水中位在 $\vec{s} = x\hat{x} + y\hat{y} + z\hat{z}$、體積為 Dt、質量為 Dm 的小單元，除了受有來自靜液壓力、地球與月球的重力作用外，還受有慣性力 $(-\Delta m\vec{a})$ 的作用。另外，由於相對於 CM 座標系，xyz 座標系其實是一種轉動座標系，故每一小體積單元也受到離心力的作用。對應於前述慣性力與離心力的位勢(potential)分別為

$$U_a = -w^2\frac{Mr}{M_E + M}x,\quad U_c = -\frac{1}{2}w^2(s^2 - z^2) \tag{7b}$$

而對應於靜液壓力 p 與地球重力的位勢，則分別為 p/r（r 表海水密度，可視為常數）與 $U_E = -GM_E/s$。

因假設月球繞地球運行時，外層海水相對於 xyz 座標系為靜止不動，故海水各處所受之淨力為零，而為等位體，即

$$U_E + U_M + \frac{p}{r} + U_a + U_c = \text{常數} \tag{7c}$$

由式(3)與(7b)可得

$$U_a = -\frac{Mrw^2x}{(M_E + M)} = -\frac{GMx}{r^2}$$

而由式(6a)與(6b)可得

$$U_M = -G\frac{M}{r}(1-\frac{x}{r}) + U_2 = -G\frac{M}{r} - U_a + U_2$$

故式(7c)可簡化為

$$U = U_E + U_2 + \frac{1}{r}p + U_c = \text{常數} \qquad (7d)$$

或

$$-\frac{GM_E}{s} - GM\frac{3x^2 - s^2}{2r^3}$$

$$+\frac{p}{\rho} - G(M_E + M)\frac{s^2 - z^2}{2r^3} = \text{常數} \qquad (7e)$$

由於在海水表面 $s = R_E + h$ 處，壓力 p 即大氣壓力 p_0 為常值，而海水深度遠小於地球半徑，故在式(7e)中，可做 $1/s \approx (1-h/R_E)/R_E$ 與 $s^2 \approx R_E^2$ 的近似，而得如下結果：

$$gh = \frac{GM_E}{R_E} + GM\frac{R_E^2(3\sin^2 q\cos^2 f - 1)}{2r^3}$$

$$+G(M_E + M)\frac{R_E^2\sin^2 q}{2r^3} + \text{常數} \qquad (7f)$$

上式中 g 為地表之重力加速度，即

$$g = \frac{GM_E}{R_E^2} = \frac{6.6726\times 5.975\times 10^{13}}{(6.371)^2\times 10^{12}} = 9.82\ \mathrm{m/s^2}$$

設在北極處($q = 0$)之海平面高度 $h = h_0$，則式(7f)可表示為

$$h = h_0 + \frac{GMR_E^2}{2gr^3}(3\cos^2 f + 1 + \frac{M_E}{M})\sin^2 q \qquad (7g)$$

$$= h_0 + \frac{GMR_E^2}{2gr^3}(\frac{3}{2}\cos 2f + \frac{5}{2} + \frac{M_E}{M})\sin^2 q$$

(丁)潮汐高度

將地球視為無摩擦之自轉固體圓球，在靜止之海水層下轉動，則在極角為 q 處，其海平面高度在漲潮與退潮時之高度差 $\Delta h(q)$，稱為 q 處之潮汐高度，可由式(7g)求得為

$$\Delta h(q) = h(0,q) - h(\frac{p}{2},q) = \frac{3GMR_E^2}{2gr^3}\sin^2 q \qquad (8a)$$

由上式可看出 $\Delta h(q)$ 與 $(1/r)^3$ 成正比，而在赤道上之潮汐高度 H 為

$$H = \Delta h(\frac{\pi}{2}) = \frac{3GMR_E^2}{2gr^3}$$

$$= \frac{3\times 6.67\times 7.35\times(6.371)^2\times 10^{23}}{2\times 9.82\times(3.85)^3\times 10^{24}}$$

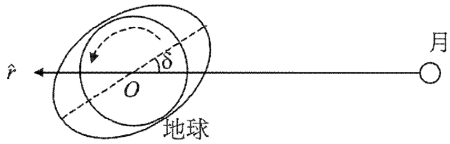
$$= 0.53\ \mathrm{m} \qquad (8b)$$

(戊) 再過多久，月球會變成地球的同步衛星

有一種模型，考慮了自轉固體圓球與海水層之間的摩擦力。依其假設，由於地球轉動得較快，會拖拉潮汐，一起跟著前進，使兩端漲潮區之連心線，與 x 軸成一角度 d，如圖四所示。

因此，以 O 為參考點時，月球對地球的潮汐力，會有力矩 G，而使地球的自轉變慢。此模型假設 d 角為固定值，與地球至月球之距離 r 無關，但等到月球公轉與地球自轉彼此同步時，摩擦力不復存在，d 角也就變成零。因此，力矩 G 與地球至月球之距離 r 有一種比例關係，即 G 為 $(1/r)$ 的多次方。

根據此一模型，可估算出地球自轉與月球公轉的週期，需再過多少時間，才會相等。



圖四

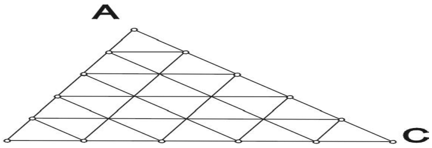
潮汐力源自月球重力位勢 U_M 中之 U_2 項，故如式(6b)所示，與 $1/r^3$ 成正比。但 U_2 中，只有來自 x^2 項的力，對 O 點之力矩可以不為零，來自 s^2 項的力，因係向心力並無力矩。故欲計算力矩時，對質量為 m 的水，潮汐力只有 x 分量，而可表示為

$$F_x = -m\frac{d}{dx}(\frac{-3GMx^2}{2r^3}) = \frac{3GmM}{r^3}x \qquad (9a)$$

依上式，地球左、右兩半球的潮汐力方向相反，如圖五所示，而式中質量 m 與潮汐凸起部分之質量，或潮汐高度 Δh，必成正比，故依上式與式(8a)，當漲潮區之連心線與 x 軸成一角度 d 時，潮汐力及其力矩 G 均與 $1/r^6$ 成正比，而由圖五可知 G 為回復力矩，故得

$$r^6 G = \text{常數} < 0 \qquad (9b)$$

圖五



[$r^6 G$= 常數的另一證明]:

當漲潮區之連心線與 x 軸成一角度 d 時，式(7g)所給之海平面高度 h 的公式須修正為

$$h = h_0 + \frac{GMR_E^2}{2gr^3}\{\frac{3}{2}\cos 2(\phi - \delta) + \frac{5}{2} + \frac{M_E}{M}\}\sin^2\theta$$

$$= h_0 + \frac{\Delta h(\theta)}{3}(\frac{5}{2} + \frac{M_E}{M}) + \frac{\Delta h(\theta)}{2}(\cos 2\delta \cos 2\phi + \sin 2\delta \sin 2\phi) \quad (9a')$$

上式中第二個等式係利用式(8a)之結果得到的。一個質量為 m 的質點，位於 $\vec{s}$ 處時，其所受的力矩 t 可依下式由其所受之力 $\vec{F}$ 或對應之位勢 U 求得：

$$t = xF_y - yF_x = -m\frac{dU}{df}$$

因為在式(7d)中，只有 U_2 項與 f 有關，故對體積為 Dt、質量為 Dm 的小單元而言，其所受之力矩 $D\Gamma$ 為

$$\Delta\Gamma = -\Delta m\frac{dU}{df} = -r\Delta t\frac{dU_2}{df} \quad (9b')$$

由式(6b)與(9b')可得

$$\Delta\Gamma = -r\Delta t(\frac{3GM}{2r^3})s^2\sin^2 q\sin 2f \quad (9c')$$

由於海水深度遠較地球半徑為小，故對特定之 f 與 q，上式中之徑向距離 s 可用 R_E 取代，而得體積單元可表示為

$$\Delta t = h\cdot(R_E\sin q\,\Delta f)\cdot(R_E\,\Delta q)$$

上式中之 h 可由式(9a')得知。如對所有不同的 f 值積分，則得在 q 到 $q+Dq$ 範圍之海水所受之力矩為

$$\Delta\Gamma(q) = -\frac{p}{2}r\,gR_E^2\sin 2d\cdot\{\Delta h(q)\}^2\sin q\,\Delta q \quad (9d')$$

在獲得上式結果之過程中，需利用到以下之積分公式：

$$\int_0^{2p}\sin 2f\,df = 0 \qquad \int_0^{2p}\sin^2 2f\,df = p$$

$$\int_0^{2p}\sin 2f\cos 2f\,df = 0$$

如果進一步將式(9d')的 $\Delta\Gamma(q)$，對 q 積分，則可得總力矩，但如此做並不會改變力矩與 r 之間的函數關係。故由式(8a)與(9d')，可得知總力矩為負，且與 r 的 6 次方成反比，即

$$r^6\Gamma = \text{常數} < 0 \quad (9e')$$

[$r^6\Gamma$= 常數的另一證明結束]

設 r 與 Γ 目前之值分別為 r_0 與 Γ_0，則由式(9b)或(9e')可得

$$\Gamma = (\frac{r_0}{r})^6\Gamma_0 \quad (10a)$$

因力矩 Γ 須等於地球自轉角動量 $I\Omega$ 的時變率，即

$$I\frac{d\Omega}{dt} = \Gamma \quad (10b)$$

依牛頓作用與反作用定律，或角動量守恆定律，$-\Gamma$ 應等於「地球 - 月球」系統的軌道總角動量地 ℓ 的時變率，故

$$\frac{d\ell}{dt} = -\Gamma \quad (10c)$$

但由式(3)知

$$w^2r^3 = G(M_E + M)$$

而式(4)可改寫為

$$\ell = (\frac{MM_E}{M_E + M})w\,r^2 = MM_E(\frac{G}{M_E + M})^{1/2}r^{1/2}$$

$$= MM_E(\frac{G^2}{M_E + M})^{1/3}w^{-1/3} \quad (10d)$$

故得

$$\frac{d\ell}{dt} = MM_E(\frac{G}{M_E + M})^{1/2}\frac{1}{2r^{1/2}}\frac{dr}{dt}$$

$$= -\frac{1}{3}MM_E(\frac{G^2}{M_E + M})^{1/3}\frac{1}{w^{4/3}}\frac{dw}{dt} = -\Gamma \quad (11)$$

目前力矩之值 Γ_0 可利用式(11)求得如下：

$$-\Gamma_0 = (\frac{d\ell}{dt})_0 = \frac{1}{2}MM_E\sqrt{\frac{G}{(M_E + M)r_0}}\,(\frac{dr}{dt})_0$$

$$= \frac{1}{2}\times 7.35\times 5.975\times 10^{46}$$

$$\cdot\sqrt{\frac{66.7\times 10^{-44}}{(0.0735 + 5.975)\times(3.85)}}\cdot\frac{3.8\times 10^{-8}}{3.65\times 8.64}$$

$$= 4.5\times10^{16}\ \mathrm{N}\cdot\mathrm{m} \tag{12}$$

由式(11)知

$$\frac{d\ell}{dt} = -\frac{1}{3}MM_E\left(\frac{G^2}{M_E+M}\right)^{1/3}\frac{1}{w^{4/3}}\frac{dw}{dt} = -\left(\frac{r_0}{r}\right)^6\Gamma_0$$

而利用式(3)，上式最右邊之 r 可改用 w 表示，故得

$$\frac{1}{3}MM_E\left(\frac{G^2}{M_E+M}\right)^{1/3}\left(\frac{dw}{dt}\right) = \frac{(r_0)^6\Gamma_0}{\{G(M_E+M)\}^2}w^{16/3}$$

$$\frac{dw}{dt} = \left[\frac{3(r_0)^6\Gamma_0}{GM_EM\{G(M_E+M)\}^{5/3}}\right]w^{16/3} = bw^{16/3}$$

上式中之常數 b 代表方括弧內之分式。上式之解為

$$(w_f)^{-13/3} - (w_0)^{-13/3} = \frac{-13b}{3}(t_f - 0)$$

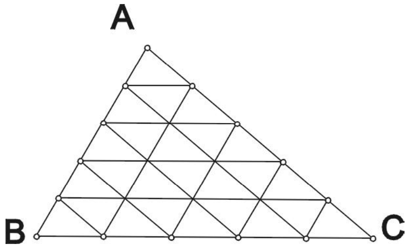
其中 t_f 代表由現在算起，月球變成地球同步衛星所需之時間。將式(1a)與(5b)所得之 w_f 與 w_0 值，及式(12)之 Γ_0 代入上式可得

$$\frac{-3}{13b} = \frac{GM_EM\{G(M_E+M)\}^{5/3}}{13(r_0)^6(-\Gamma_0)} = 3.4\times10^{-8}$$

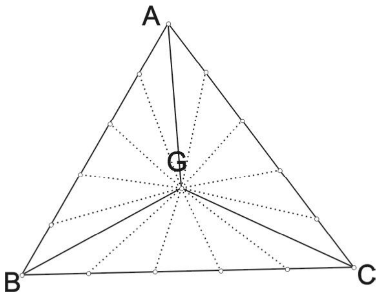
$$\begin{aligned}
t_f &= \frac{-3}{13b}(\omega_f^{-13/3} - \omega_0^{-13/3}) \\
&= 3.4\times\{(1.35)^{-13/3} - (2.6617)^{-13/3}\}\times10^{18} \\
&= 3.4\times10^{18}\times(0.254 - 0.014376) \\
&= 8.1\times10^{17}\ \text{秒} \\
&= 2.6\times10^{10}\ \text{年}
\end{aligned}$$

即大約再過 260 億年，月球將會變成地球的同步衛星。

(上承第 60 頁)



共 25 塊，其中任選相鄰的 5 塊即可



先取重心，再各別平分 $\overline{AB}$、$\overline{AC}$、$\overline{BC}$ 為 5 等分，取相鄰的 3 塊即可

評析：

(1)本題是一個開放性的題目，利用幾何等分的技巧再配合重心、內心的性質可得多個答案，為各人所求解的方法不同。

(2)徵答優良，方法眾多的有台北縣海山國中張源平，福和國中楊智寰、賈士卜，秀峰高中黃彥斌，江翠國中黃明山、蔡瑋倫，新莊國中潘柏諺，永和國中歐陽熙，台北市南門國中陳錦年，明德國中王琨傑，民生國中張哲瑞，大直國中陳俊曄，敦化國中柯舒方，金華國中蔣佳君，新竹市光華國中賴俊儒，台南市建興國中黃信溢。

(3)參與徵答的人數共有 28 人，平均得分為 4.7，得分率 67%。