

第二章 文獻探討

分數具有多重意義的特性，許多研究顯示，這正是造成學生學習困難的原因之一，然而在小學數學課程中，分數占有極其重要的份量，更與其他單元密切相關，為使教師準確掌握學生學習分數的困難，本研究以順序理論找出同分母分數減法之階層架構，並藉由行動載具在課堂中使用線上形成性評量系統，於無線網路環境中協助教師了解學生學習情況。本章將針對相關文獻進行探討，作為本研究的理論基礎。

本章分為四節：第一節分數概念及其相關研究探討分數概念的內涵、學童學習分數的困難處及我國分數的教材架構。第二節探討行動載具於學習情境之應用，並進一步了解其他行動學習的研究結果。第三節談及評量的重要性並介紹形成性評量，最後針對電腦適性測驗之理論與應用進行探討。第四節為順序理論與相關研究，除了介紹順序理論，另詳述順序理論之分析步驟。

第一節 分數概念及其相關研究

分數是一種部分和整體之間的關係，倘若無法建立完整的分數數感 (number sense)，將影響日後相關概念的抽象思考，而關鍵便在於幫助學習者在發展分數的部分和全部關係的細微差別上得到穩固的瞭解 (Van de Walle, J. A., 2001)。究竟分數的意涵是什麼？在不同情境之下具有哪些意義？學習者在學習上所遇到的困難為何？教師該如何協助學生獲得完整的分數概念？本節將針對上述幾點進行相關文獻探討。

一、分數的意義

數字是一種複雜且具多面向的概念。欲對數字有豐富的理解，必須具有關係性的瞭解 (a relational understanding)，包括許多的觀念、關係與技能。在 NCTM 《原則和標準》中的學前幼稚園至二年級階段，要求學生理解數字及其表徵方式，並探索數字間的關係。如此漸漸變化，使得大的數字、分數、小數以及百分率等概念陸續發展出來 (張英傑，周菊美譯，民 94)。分數一詞來自拉丁文「fangere」，它的意義是「分開」，通常被用來敘述一個被分開的全體之各個部份 (羅鴻翔譯，民 79)。然而在不同的情境之下，分數又有不同的用法及解釋，試將國內外學者的定義整理如下。

Behr 與 Post (1988) 將分數依其性質，細分成以下七種意義：

1. 「部分/全部」的概念
2. 比率：強調兩個數量的關係
3. 比值：用一個量值來代表兩個數量的關係
4. 商：兩數相除的結果
5. 操作：分數是一種轉換
6. 線性座標：數線的距離長
7. 數線上的一點

Kieren (1976) 認為分數具有下列特性：整數系的擴展；一個具有稠密性、無窮可數的數系；可代表測量的量或數線上的一點；能被用來互相比較並加以運

算；具有等值分數特徵；可用來代表比率、乘法的操作（引自詹婉華，呂玉琴，民 93）。

林碧珍（1990）、呂玉琴（1991）和林彥宏（2002）等將分數的意義，從具體到抽象分為：

1. 部份--整體關係（連續量）：將一個整體（連續量）分成 N 等份後，其中的 m 部分用分數表示成 m/N 。
2. 子集--集合關係（離散量）：當全體是離散量時，分數的意義為「子集--集合」關係。
3. 兩個量相對比較的結果（比值模式）：將分數表徵成兩數量相比的比值。
4. 除法運算的結果（商）：除法中的等分除與分數有密切相關。分數在除法等分除的意義，是一單位量等分的歷程與結果。
5. 數線上的一个值：又分成兩種意義，可表示線段長或數線上的一點。

綜觀以上，分數確實具有多重意義，學生無法發展出多樣認知，無法了解分數在何種情境下代表何種意義，將對分數的運算及高層次的應用產生障礙。本研究著重中年級學童同分母加減法之運算，亦涵蓋低年級學童的基本概念，因此，以下試闡述兩者學習分數的困難處及迷思概念，並提供教學策略予以解決。

二、分數的學習困難與教學策略

（一）分數的數感

聚焦在分數是一個重要的開始，但因為先前的學習經驗，使得學童對數字有

某種極強烈的認識：較大的數字意即「多」，然而當這樣的觀念移轉至分數的學習時，將導致學生產生 $\frac{1}{9}$ 應大於 $\frac{1}{6}$ 等諸如此類的學習困難，這也是教師易忽略的部份。Van de Walle, J. A. (2001) 認為，要讓學生一開始便具有良好的分數數感，並確切的了解分數，必須將分數拆解說明。上方的數究竟說明什麼？下方的數究竟說明什麼？教師先試著先以圖畫的方式讓學生討論，進一步引導學生了解，上方的數代表計數，下方的數則是告訴我們數了什麼，以 $\frac{3}{4}$ 為例，這個分數其實是在告訴說明我們數了3個 $\frac{1}{4}$ 的物品。

(二) 等分概念

Van de Walle, J. A. (2001) 認為，在分數概念的發展上第一個目標是幫助孩童建構分數的「部份-整體」(part-whole)的想法，當整體被分割成相等的等份或平分時便產生部份。因此，第一個要帶入的分數概念就是分割(partitioning)與等分的概念。Bergeron 與 Herscovics (1987) 的研究結果顯示，兒童的概念並不完備，例如圖 2-1-1 的(a) 中，學生只注意到分割成幾塊，沒有注意到分割的每一塊是否相等，而誤以為黑色區域為 $\frac{1}{6}$ 。此外，分割後各個部份的形狀、面積是否相等，也會影響兒童判斷是否等分，換句話說，學生易使用直觀的方式認為等分就是分割的每一塊面積、形狀都須相等，因而誤以為圖 2-1-1(b) 的黑色區域並非整體的 $\frac{1}{2}$ ，呂玉琴 (1993) 具體指出學童對等分概念的認識有困難，常見的錯誤類型有：

1. 連續量分成兩份，但兩份的大小不同。

2. 將同樣大小的離散量分成兩份，但兩份個數不一樣多。
3. 將不同大小的離散量分成個數相同的兩份，但總量不一樣多。

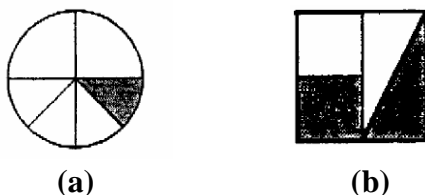


圖 2-1-1 等分測驗 (詹婉華, 呂玉琴, 民 93)

吳昭容 (2005) 對此提出解決策略：以正反例提供區辨。使用各種等分或未等分的圖示或具體物情境供學童區辨，以確定兒童知道分數的部分量必須相等。

(三) 分數加減法的迷思

陳晚蓁 (2003) 認為，欲表現出部份與整體之間的關係，一般教師在表徵分數概念時，常用的技巧是圖示法，例如當我們想表徵 $\frac{3}{4}$ 時，常見的方法如下 (引自陳伶伶, 民 94)。

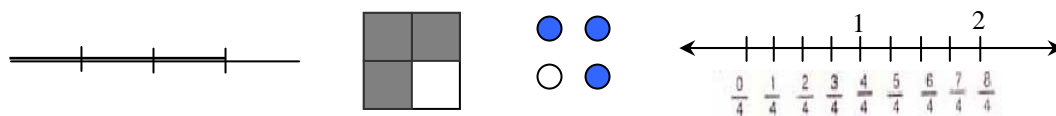


圖 2-1-2 以部份-全體法表徵 $\frac{3}{4}$ (陳伶伶, 民 94)

圖 2-1-2 中，第一種與第二種是以連續量的方式來表示，第三種則採用離散量的方式表示，第四種是最為抽象的一種。Watanabe (2002) 指出，這類的表示方法把欲表徵的分數嵌入在全體之中，稱為「部份-全體法」(part-whole)。Painter (1989) 的研究指出數種學生在分數加法計算時常見的錯誤，其中一種就是分子加分子、分母加分母。陳晚蓁 (引自陳伶伶, 民 94) 指出，以部份-全體法表徵

$\frac{2}{3} + \frac{1}{4}$ ，較易出現 Painter 所指出的迷思概念。如圖 2-1-3，以 3 個正方形中塗滿 2

個代表 $\frac{2}{3}$ ，4 個正方形中塗滿 1 個代表 $\frac{1}{4}$ ，那麼 $\frac{2}{3} + \frac{1}{4}$ 則表示全部 (3+4 個正方形)

中有著色的正方形 (1+2 個)。本研究之研究重點雖不包含異分母的計算，但仍涉及同分母的加減，而在同分母的計算中，學生仍有可能產生此迷思概念。由此看來，部份-全體法確實易使兒童在運算時，產生錯誤概念。

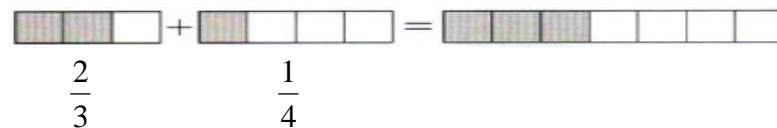


圖 2-1-3 $\frac{2}{3} + \frac{1}{4} = \frac{3}{7}$ 的部份-全體法解法 (陳伶伶, 民 94)

另一種表徵的方式亦為圖示法，稱為「對照法」，是將欲表徵的部份與全體

分開。同樣以 $\frac{3}{4}$ 為例，如下圖。

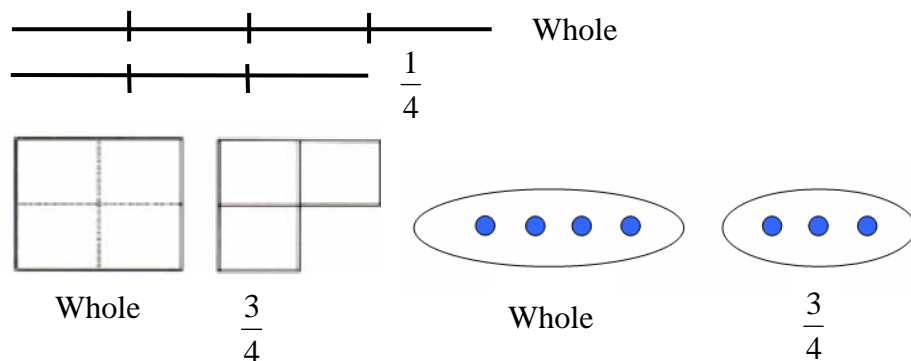


圖 2-1-4 以對照法表徵 $\frac{3}{4}$ (陳伶伶, 民 94)

Watanabe (2002) 認為以對照法來表徵分數，比部份-全體法來得較為自然易懂，且對照法能有效解決部份-全體法所可能使學生產生的錯誤概念，同樣以 $\frac{2}{3} + \frac{1}{4}$ 為例，對照法的圖示解法如下。

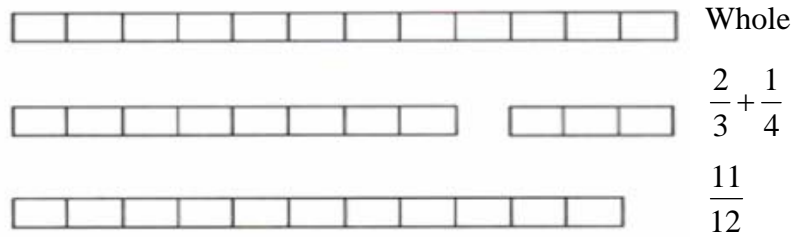


圖 2-1-5 $\frac{2}{3} + \frac{1}{4} = \frac{11}{12}$ 的對照法解法 (陳伶伶, 民 94)

學生有好的分數概念基礎，就可以立即做同分母的分數加減。如果學生無法自信的解決類似像 $\frac{3}{4} + \frac{2}{4}$ 或 $3\frac{7}{8} - 1\frac{3}{8}$ 這樣的問題，幾乎就能確定沒有好的分數概念，這將無法有更長遠的發展 (Van de Walle, J. A., 2001)。

(四) 單位詞 (量)

分數單位量概念又稱整體量 (the concept of a whole) 概念，也叫單位-整體量 (unit-whole) 概念，是分數概念之下的一個子概念 (Behr, Wachsmuth & Post, 1988)。當我們提到 $\frac{1}{4}$ 支鉛筆時，一支鉛筆就是單位量；如果說 $\frac{1}{4}$ 打鉛筆時，則 1 打 (12 支) 鉛筆才是單位量。貫穿分數基本概念的重要原則，是大小兩個單位的關係與轉換，因此，學習者在剛開始學習分數時，就應該釐清單位，才能正確認識分數是兩種單位間位的關係 (吳昭容, 2005)。小明拿了 $\frac{1}{2}$ 包口香糖，小華拿了 $\frac{1}{2}$ 條口香糖，誰拿得比較多？這就是一個判斷單位詞的題目，更複雜者，如：100 公分的彩帶一條，等分成 5 段，也就是 () 條，每一段 () 公分。題目中隱含了條、公分、段三種不同的單位，對學生而言，當然也就具有較高的挑戰性了。

(五) 釐清大單位與全部

上一點單位詞（量）強調其重要性，此處則繼續延伸。但與上述不同的是，此處的分數 >1 ，這種情況下，單位 1 與全部便不再一致。

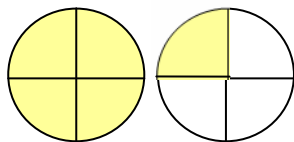


圖 2-1-6 釐清大單位與全部

如圖 2-1-6 所示，著色的部份是多少？這有兩種可能，一是 $1\frac{1}{4}$ ，也就是 $\frac{5}{4}$ ，另一種可能是 $\frac{5}{8}$ ，答案為何完全由單位決定。如果題目問的是：「5 等份是多少張蛋餅？」那麼答案就是前者，如果題目問的是：「這裡的 5 等份是全部的多少？」則答案為後者（吳昭容，2005）。

（六）認識單位分數以外的分數

單位分數（unit fractions）是指一個單獨的分數部份，如： $\frac{1}{3}$ 、 $\frac{1}{8}$ ，大多數的學習者，都是由單位分數開始認識分數的。美國第四屆的 NAEP 測驗（National Assessment of Educational Progress），大約有百分之八十七的七年級學生能把帶分數改變成假分數，但是不到一半的學生知道 $5\frac{1}{4}$ 和 $5+\frac{1}{4}$ 是一樣的，這樣的結果顯示，許多學生並未理解帶分數意義，只是強記某些規則進行運算（張英傑，周菊美譯，民 94）。吳昭容（2005）認為，當兒童能用單位分數來表示真分數後，教師從旁引導學生搭配著圖形或具體物進行累數，直到單位分數的個數等於分母（即 m 個 $\frac{1}{m}$ ）時，教師再特別停下來指出整體 1 的關係，接著繼續藉由累數的活動，循序漸近讓學生認識假分數、帶分數。

學習完整的分數概念，而後進行計算或其他較抽象的應用，對初次接觸非整

數的低年級學生而言，確實不易，但分數概念是極重要的基礎，吳昭容（2005）

提出多項教學策略與活動，試圖協助學童建立良好的分數概念，研究者經彙整後，將前述未提及的部份歸納如下。

1. 增加操作與指認的經驗。對於分母不易等分的分數，課程或評量試題中多半是已等分好的圖形或具體物，然而學生不一定真的了解等分的意涵，因此，教師最好能提供學生操作與指認的機會，使他們在操作中加深印象。
2. 增加分數的聽說讀寫。分數數字的書寫與數詞的讀法不只要理解，也要自動化。教師可使用速示卡，以一張約 2 秒的速度閃示，孩子們常常對這種短時間的全神貫注，覺得非常有趣，在完成時會有一種如釋重負的成就感。
3. 建立參考點。分數中最重要的參考點是 0、 $\frac{1}{2}$ 和 1，時常讓學生將指定的分數與參考點作比較，可建立分數的數感，並有利於對分數的運算結果做合理性的判斷。例如 $\frac{8}{10} + \frac{9}{10}$ ， $\frac{8}{10}$ 接近 1， $\frac{9}{10}$ 也接近 1，因此兩個分數加起來應該接近 2，而非 $\frac{17}{20}$ ，因為 $\frac{17}{20}$ 也是接近 1 且小於 1 的數。
4. 日常生活中多使用分數語詞。以「牛奶還有 $\frac{4}{5}$ 罐」代替「牛奶還有很多」；以「醬油只剩 $\frac{1}{10}$ 瓶」代替「醬油只剩一點點」，利用生活中精確一點的描述，培養孩子掌握分數概念。

三、分數的教材架構

民國九十二年教育部（2003）所公佈的九年一貫數學學習領域課程綱要，國小「數與量」的範圍非常廣，因此再將該主題分為「整數」、「量與實測」、「有理數」和「估算」等子題。其中在「有理數」的子題中便提到：有理數是小學的核心課程之一，也是小學數學教育中，最有挑戰性的教學主題。有理數教學的困難主要在於：它牽涉兩種非常不同的表現形式——分數與小數；它的應用課題很廣——平分、測量、比例、比率、比值、部分/全體。茲將九個與分數相關的能力指標，及由階段能力指標演繹出的國民小學分年細目及詮釋加以整理於表 2-1-1。

表 2-1-1 分數能力指標與分年細目對照表

年級	分年細目	能力指標	指標內容
二、三年級	2-n-10 能在平分的情境中，認識分母在 12 以內的單位分數，並比較不同單位分數的大小。 3-n-09 能在具體情境中，初步認識分數，並解決同分母分數的比較與加減問題。	N-1-09	能在具體情境中，初步認識分數，並解決同分母分數的比較與加減問題。
四、五年級	4-n-06 能在平分情境中，理解分數之「整數相除」的意涵。 4-n-10 能用直式處理整數除以整數，商為三位小數的計算。 5-n-06 能在測量情境中，理解分數之「整數相除」的意涵。 5-n-11 能將分數、小數標記在數線上。	N-2-06	能理解分數之「整數相除」的意涵。
	4-n-07 能認識真分數、假分數與帶分數，熟練假分數與帶分數的互換，並進行同分母分數的比較、加、減與非帶分數的整數倍的計算。	N-2-07	能認識真分數、假分數與帶分數，作同分母分數的比較、加減與整數倍計算，並解決生活中的問題。
	4-n-08 能理解等值分數，進行簡單異分母分數的比較，並用來做簡單分數與小數的互換。 5-n-04 能用約分、擴分處理等值分數的換算。	N-2-08	能理解等值分數、約分、擴分的意義。

	5-n-05 能用通分作簡單異分母分數的比較與加減。	N-2-09	能理解通分的意義，並用來解決異分母分數的比較與加減問題。
	5-n-07 能理解乘數為分數的意義及計算方法，並解決生活中的問題。	N-2-11	能理解分數乘法的意義及計算方法，並解決生活中的問題。
	4-n-08 能理解等值分數，進行簡單異分母分數的比較，並用來做簡單分數與小數的互換。 4-n-10 能用直式處理整數除以整數，商為三位小數的計算。 5-n-11 能將分數、小數標記在數線上。	N-2-13	能做分數與小數的互換，並標記在數線上。
六年級	6-n-02 能認識兩數的最大公因數、最小公倍數與兩數互質的意義，理解最大公因數、最小公倍數的計算方式，並能將分數約成最簡分數。	N-3-02	能理解最大公因數、最小公倍數與兩數互質的意義，並用來將分數約成最簡分數。
	6-n-03 能理解除數為分數的意義及計算方法，並解決生活中的問題。	N-3-03	能理解除數為分數的意義及計算方法，並解決生活中的問題。

由表 2-1-1 可得知，目前國小分數的教學始於二年級，由貼近學生生活經驗的「分東西」引入分數的初步概念，再從時常耳聞的「一半」連結到二分之一，並帶入分數符號。三年級在具體情境中認識分數，並解決同分母分數的比較與加減問題。四年級介紹真分數、假分數與帶分數，熟練假分數與帶分數的互換。理解等值分數，進行簡單異分母分數的比較，並用來做簡單分數與小數的互換。五年級開始學習約分、擴分、通分來處理等值分數的換算及異分母分數的計算，並將分數概念與小數做連結。六年級認識除數為分數的意義及計算方法，並解決生活中的相關問題。

黃信源（民 94）運用詮釋結構模式（Interpretive Structure Modeling，ISM）

將國小數學科分數概念之教材做學習項目的重新編排，利用電腦軟體應用程式輔助數學運算過程，建立起科學化的學習地圖（Learning map）與學習路徑（Learning path）。並將分數之學習要素細分化，圖 2-1-7 即為分數概念的學習階層與學習路徑圖。其研究目的在於確認教師本身的知識體系是否正確，使教學進行時更具系統性和整體性，並幫助學習者了解分數概念的全面架構，讓學習者學習新知識時能夠銜接舊經驗，以達到有意義的學習。

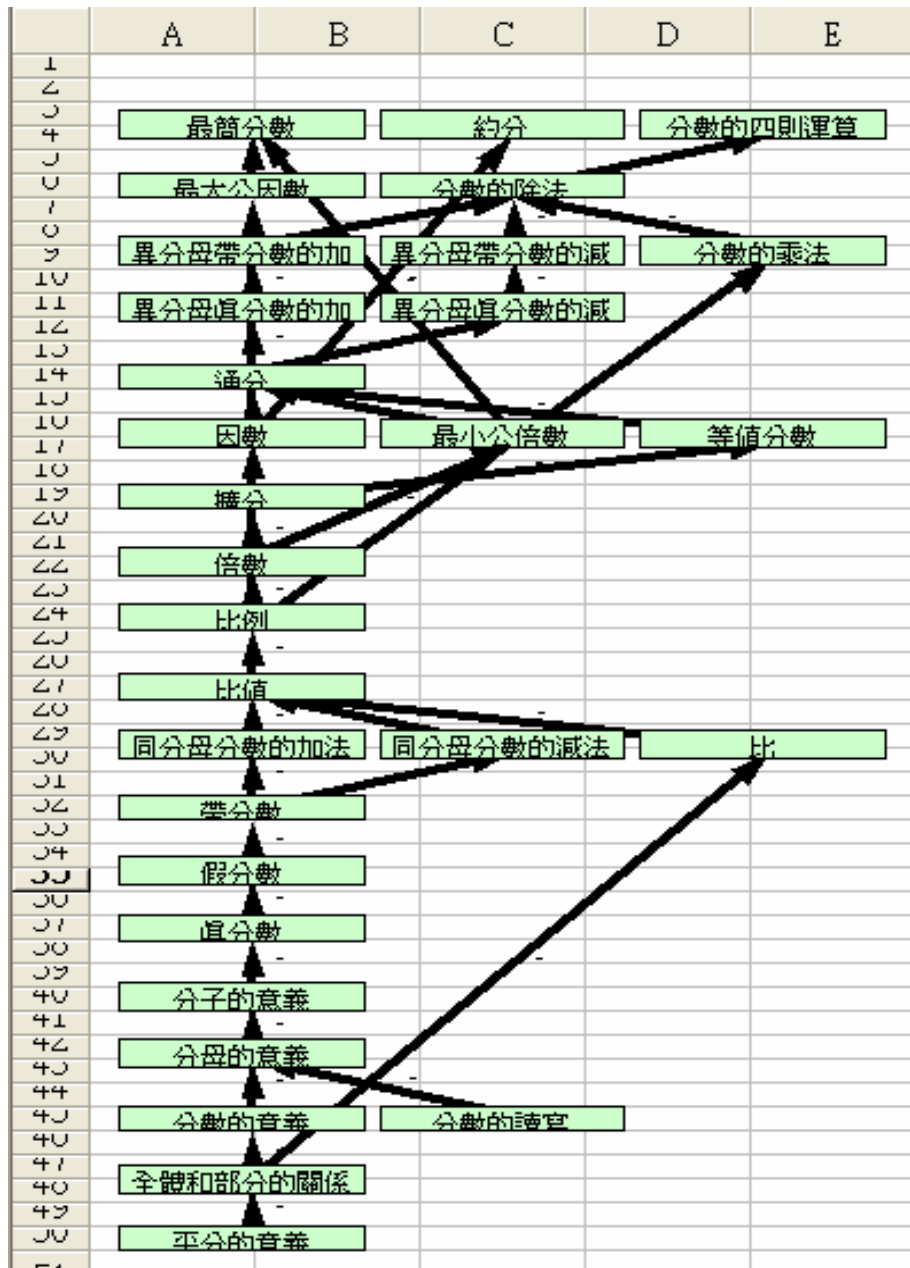


圖 2-1-7 分數概念的學習階層與學習路徑圖 (黃信源, 民 94)

四、小結

經由九年一貫數學學習領域課程綱要可得知，我國國小分數的課程於小學四、五年級所占的比例最重，上述對分數的文獻探討中則點明分數基本概念的重要性，因此本研究以四年級「同分母的減法」為主題，並將其細分為真分數減真分數、假分數減假分數、假分數減真分數、假分數減帶分數、假分數減整數、整

數減真分數、整數減假分數、整數減帶分數、帶分數減假分數、帶分數減整數、帶分數減真分數（退位與不退位）、帶分數減帶分數（退位與不退位）十四個類型，具體的計算方式與實例列於下頁表 2-1-2，並以此「同分母分數減法的十四項分類」作為研究重點，期望協助教師掌握學習者的學習情況，並於課堂中有效解決其學習困難。

表 2-1-2 同分母分數減法十四項分類

被減數	類型	計算方式	例子
真分數	真分數減真分數	把原分母當分母，分子相減，差就是新分子	$\frac{3}{7} - \frac{1}{7}$
假分數	假分數減假分數	把原分母當分母，分子相減，差就是新分子	$\frac{7}{3} - \frac{4}{3}$
	假分數減真分數		$\frac{21}{17} - \frac{9}{17}$
	假分數減帶分數	將被減數(假分數)化為帶分數，整數部分和分數部分，分別相減，然後再合併	$\frac{45}{32} - 1\frac{9}{32}$
	假分數減整數	將被減數(假分數)化為帶分數，整數部分相減，最後將整數部份(差)與分數部分合併	$\frac{19}{4} - 2$
帶分數	帶分數減假分數	自被減數的整數部分借位，與被減數的分數部分相加，再與減數相減，最後將整數部分與分數部分合併	$5\frac{9}{35} - \frac{47}{35}$
	帶分數減真分數	分數部分相減，然後再與整數部分合併	$2\frac{5}{7} - \frac{3}{7}$
		自被減數的整數部分借位，與被減數的分數部分相加，再與減數相減，最後將整數部分與分數部分合併	$2\frac{1}{7} - \frac{3}{7}$
	帶分數減帶分數	將整數部分和分數部分，分別相減，然後再合併	$2\frac{5}{7} - 1\frac{3}{7}$
		自被減數的整數部分借位，分別與減數的整數部分、分數部分相減，再將整數部分與分數部分合併	$2\frac{1}{7} - 1\frac{3}{7}$
帶分數減整數	整數部分相減，然後再與分數部分合併	$2\frac{5}{7} - 1$	
整數	整數減假分數	自被減數的整數借位，與減數相減，最後將整數部分與分數部分合併	$3 - \frac{9}{5}$
	整數減真分數	自被減數的整數借位，與減數相減，最後將整數部分與分數部分合併	$5 - \frac{2}{7}$
	整數減帶分數	自被減數的整數部分借位，分別與減數的整數部分、分數部分相減，再將整數部分與分數部分合併	$5 - 2\frac{2}{7}$

第二節 行動載具於學習情境之應用

在科技日新月異的時代裡，許多人類的行為模式已漸漸改變，近年來，學習模式也受科技影響，使得教學活動、教學環境等逐漸產生變化，國內外學者紛紛探討科技與教育之間的關係，以往單純的在電腦教室中學習已無法滿足隨時、隨處、隨地學習的需求。在臺灣，政府為了提昇國家競爭力，邁向知識經濟的時代，對於推動行動無線基礎建設也是不遺餘力。例如行政院所公佈的「新十大建設」中推動「M-Taiwan」計畫，目標達成 e 化生活、e 化商務、e 化政府等機制，為未來達成「行動台灣、應用無線」的發展新遠景。其中挑戰 2008-國家發展重點計畫目標，政府為了提昇校園無線寬頻網路應用的普及，推動校園 M 化，更提出了大專院校社團 M 化十萬元計畫，以培育校園社團成為推動校園無線寬頻網路應用種子力量為目標，開啟社團應用無線寬頻（Mobile）科技新方向。行動學習已漸漸改變我們的生活，開啟了另一個學習的里程碑，也受到各界學者的重視並加以研究。

行動學習 (mobile learning; mLearning) 是指經由行動學習設備，使得學習者能在任何時間與任何地點進行學習，行動學習必須使用能有效呈現學習內容的設備，提供教師與學習者的互動與交流 (Dye, 2003)。Kynaslahti (2003) 認為行動學習具有便利性 (convenience)、權宜性 (expediency)、立即性 (immediacy) 三種意義與價值。Hoppe, Joiner, Milrad & Sharples (2003) 則強調使用行動載具與無線傳輸。無論是哪一位學者的定義，皆強調行動學習是行動科技與數位學習的結

合。Chang 等人 (2003) 進一步提出行動學習三要素：(1)行動學習裝置，如：Tablet PC、PDA 等較輕巧易攜帶且有無線網路功能之個人裝備，(2)溝通設備，如無線網路、GPRS、紅外線傳輸、藍芽等，(3)學習活動模式，又分為室內個人 (mobile indoor individual learning)、室外個人 (mobile outdoor individual learning)、室內小組 (mobile indoor group learning) 與室外小組 (mobile outdoor group learning) 等四種行動學習模式。

張國恩等人透過國外行動學習案例的探討，試著從其中找出適合行動學習的教學模式。根據其國外有關行動學習案例的探討，將行動科技可以運用在教育上大致可分為兩大類：第一類為創新教材。第二類為輔助傳統教學。二大類底下又可分為幾個主題：1.創新教材：(1)探索學習(2)合作學習(3)一般軟體應用(4)科技內涵學習。2.輔助傳統教學：(1)促進學習成效(2)取代舊有工具。(張國恩，宋曜廷，2004)。由於資訊科技的影響，教育情境變得和以往不一樣，對學生而言，資訊科技改變了學習方式與學習環境，從以往被動接收教學者經過整理的結構化知識，逐漸演變成重視學習者經驗的主動學習（引自詹佩珊，周倩，方紫薇，2003），學習者在學習過程中，不再像過去由教學者單向傳播，而改以學習者從經驗或行動中建構而得，並經由討論、對話而非反應、合作而非競爭以及思考而非指示的方式作有意義的學習（Jonassen, Peck & Wilson, 2001）。再從學習者的學習環境來看，過去的學習是發生在教室，由教學者主導教學活動的教學中心，在現今資訊科技支援下，學習可在任何時間任何地點發生，無論是教室內或網路上，學習

地點以學習者為學習中心（王美玉、蕭伯瑜，2002），多媒體及四通八達的網路資源，都是促進學習者建構知識。

若從教師面來看，資訊科技改變了教學方式與學習理論。過去是以教學者為中心，教學資源及授課內容是以教學者觀點、教學者所取得的資源為限，資訊科技是輔助教學的教學科技，用以強化、提升教學效果，而隨著資訊科技的進步，教學者從教學的主導者轉為學習的輔導者（葛品宏，2002），資訊科技則成為促進學習的心智工具（Jonassen 等，2001），其所帶來的各式資源則成為輔助學習的材料。過去的教育較偏重於教學者的知識傳授，以教師為中心，現在則逐漸走向以學習者為中心，重視學習者個別狀況及學習歷程（葛品宏，2002），網路的發達帶動網路學習的發展，而網路學習不受時空限制並提供學習者符合自己需求的環境與資源，實現了以學習者為中心的教育理念（吳斯茜，2002）。

宋曜廷與張國恩（2005）對近十年行動學習載具在教學與學習上的應用進行研究，分析的結果顯示行動學習載具未來將取代電腦教室，成為資訊融入教學的主力。在教學的應用上，行動學習載具使用的情節包含綜合運用（僅就載具硬體或現有通用軟體來使用）、合作與溝通（將行動載具作為合作與溝通學習的輔助）、遊戲與模擬（透過行動載具進行遊戲或模擬）、設計/表達/呈現（以行動載具進行設計，或理念之表達）、非正式學習（以行動載具進行教室外情境的學習，如博物館參訪或戶外探勘等）、和教師行為及專業成長（以教師的教學行為或教學實務等，作為應用行動載具後觀的標的）。

張謙楣（2006）為解決國文科教師無法監督、了解學生個別預習之閱讀理解狀況及教學活動缺乏合作互動，建置無線網路教室並以 PDA（Personal Digital Assistant）為學習工具讓學生於課堂中進行個別與合作學習，教師經由系統的「資料統計機制」掌握學生的個別閱讀狀況與合作學習狀況，再適當給予回饋。研究結果顯示實驗組之閱讀理解能力與閱讀理解策略的應用能力皆顯著優於控制組。

黃承丞（2004）發展即時評量軟體，輔助英語教師於課堂中評估學生學習成效，研究結果顯示長時間將該軟體與平板電腦融入於課堂中使用，能提昇實驗組的英文學習成就，且其學習成就呈現穩定成長。賴信川（2006）則是將行動載具融入於高中數學空間幾何課程中，利用可操弄的視覺化空間幾何電腦學習輔助系統，以提昇學生視覺化的空間能力。該研究顯示對學生空間幾何的學習成效有顯著效果。

雖然前述三種將行動載具融入課堂中的學習領域不盡相同（國文、英語與數學），然而研究結果皆顯示能夠提昇學生的學習成效或使學生的學習成就穩定成長，因此相信只要設計合適的教學情境與學習策略，行動載具在學習中將能發揮更大的效力。

第三節 形成性評量

一、評量的發展趨勢與重要性

近百年來心理與教育測驗的發展，可分為開創期（1850年至1950年）、盛行期（1951年至1970年）、擴展期（1971年至今）三個階段，發展主要趨勢有三：一為測驗理論更深入化、多元化，測驗理論融入認知心理學理論、試題反應理論、Bayesian 思考模式與測驗整合分析概念；二為測驗編製趨向精密量化與個別化，著重測驗與電腦技術的結合，編製適性測驗與少數民族測驗；三為測驗與教學的結合，重視正確使用測驗與避免誤用或濫用，強調測驗道德規範與正確認識法律規章（簡茂發、李琪明、陳碧祥，民 84）。

教學評量除受心理與教育測驗發展趨勢的影響外，更受國家教育改革的影響。莊明貞（民 86）指出美國為追求卓越，教育測驗與評量的發展趨勢朝向下列七項重點：(1)測驗使用在強調促進教與學的功能。(2)鼓勵教師使用標準參照測驗。(3)性向測驗強調學生的學習能力、成就測驗朝向更複雜的學習結果。(4)實施多元化評量與使用變通式評量。(5)從個別評量轉變成團體評量。(6)提倡領域參照測驗的編製方法。(7)大眾對使用測驗的關心程度提高。Linn 及 Gronlund（1995）提出教學評量的發展趨勢：重視實作基礎評量（performance-based assessment）、積極運用電腦化測驗（computerized test）、改善教師評鑑方法、大眾逐漸關心測驗與評量、重視測驗與評量的正確使用。王澄霞（民 86）則認為評量的改變趨勢是：(1)由評量易測量的事項轉為強調評量最有價值的事項。(2)由評量分立、不連

續的知識轉為強調評量豐富且有系統的知識。(3)由評量科學知識轉為強調評量科學之了解與推論。(4)由評量學生未知轉為強調評量學生已知。(5)只評量成就轉為強調評量成就與學習機會。(6)由教師進行做期末評量轉為強調學生隨時隨地評量自己及他人的工作。(7)過去只由評量專家開發學校外的評量轉而強調教師參與開發學校外在的評量。面對此一改革趨勢，教師教學需要專業化，評量更需要專業化，若教師未能確保專業，則不能享有自主，實施開放教育，教師必須秉持專業化與目標化的原則，來提昇教師專業形象與適切評量學生學習成果，進而實施補救教學或激發潛能（林曉雯，2005）。

評量是根據教學目標、教材內容，使用適當的方式對學生的學習效果加以分析研究，在教學活動中具有回饋作用。教師將所得的訊息資料進一步選擇、組織並解釋之，以助學生做決定或價值判斷，簡而言之，評量可以幫助教師預測學生學習困難所在，並了解學生學習成效（Glaser, 1962）。一般教學模式大致包含(1)界定教學目標；(2)教學前評量學生需要；(3)提供適切教學；(4)評量預期的學期結果；(5)運用評量結果，可見評量是「教」、「學」統整歷程中的必要部份（李坤崇，民 88，引自林曉雯，2005）。同樣在 Kibler 提出的 GMI（General Model of Instruction）教學模式也包含四個階段：教學目標、起點行為、教學歷程與教學評量，此模式亦點出了評量的重要性，並暗示完整的教學須包含評量。

教學的目的在於期望學習者學到教學者所要傳授的知識，進一步達到學習目標，而教學是否達到既定目標須藉由「評量」來表達。但教學為主評量為輔的傳

統作法使得評量容易被忽略，沒有評量的回饋，教師無從知道學生的學習狀況，教學成效必大打折扣，亦將影響學生日後的學習成效。

除了教師對學生進行評量，近年更發展至學生自評或同儕互評，自評能讓學生有機會評鑑自己的學習，進而培養瞭解自我與發展潛能之能力，同儕互評則是有助於提升學生的高層次思考能力與學習動機。在傳統紙筆的自評互評過程中，有許多的限制存在，因此 Sung, Chang, Chiou & Hou (2005) 進一步設計線上自評與同儕互評系統，該系統提供學生進行自己小組的作品評分，同時也可以對其他組的作品評分並下評語，並迅速產生組內與組間的評量分數與排名，使得學習氣氛活潑而熱絡，教師則可以藉由評量過程的完整紀錄了解學生評量情形。

無論是教師實施評量、學生自我評量、同儕相互評量，或是近年來快速崛起的各種新式評量，都揭示了評量的重要性，我們既已了解評量的重要，應當付諸行動，使評量與教學緊密配合，幫助學生學得更快、學得更好。

二、形成性評量

評量在教學中扮演重要的角色，依據施測時間、目的、型態等性質加以分類，可區分出十多種類型，評量試題內容的取向，可帶動課堂中教學方式，雖然學習後之總結性測驗可提供學生回饋，但僅止於以等第、分數呈現學習結果，猶如醫者僅告知病情，不施以處方，仍無助於病情之改善。目前學校課堂中，教師往往因為只注重成果，使得進行評量的主要方式大多為總結性評量(郭生玉，民 85)，這將使評量的功能只停留在給予學生一個「標籤」的層次上，長久下來評量引導

教學、引導學習，導致學生所學到的知識，就只是將來考試所會出現的形式，無形中喪失了探索知識的能力與興趣（余民寧，陳嘉成，1998）。

學習中之「形成性評量」對整個教學有很大的幫助，近幾年已有諸多學者呼籲除了採取總結性評量外，應同時顧及學習歷程的形成性評量。因其測驗的範圍較小，僅限於教學的特定內容，可用以測量此部分的重要學習結果，以得知學生的進步情形及對所學功課的精熟程度，並可提供回饋讓學生了解自己的學習錯誤或是尚未達到精熟程度的地方。「形成性評量」緣起於 Bloom，用之於改善教學，Bloom 的研究發現，學生學習能否成功，主要受到兩類因素的影響，一是如智力、家庭社會經濟地位等「不可變的因素」，另一是認知的始點、環境中的互動、回饋與修正的有否等「可變的因素」，Bloom（1983）的「精熟學習」理論中強調使力於「可變的因素」，任何教師幾乎能夠協助所有的學生學習成功，其關鍵要素在於教學中結合「形成性評量」的過程。先行訂定行為目標，教學過程中施以「形成性評量」，對未達既定標準之學童，予以補救教學，已達者則進行加深、加廣的學習（林宜臻，1985）。

由於形成性評量的性質是屬於「學習性的測驗」（Learning Test），所以教學歷程必需和評量歷程相互結合，以期改進教學提高學習效果。此種回饋可以增強學習者的成功學習，也可提出需修正的學習錯誤，並有助於教師調整教學，和實施補救教學措施，就像一般的「單元測驗」或「隨堂考試」，不必給予等級之測驗結果，只需告知學生的學習是否精熟（Mastery）。透過形成性評量，若多數

學生某一題目答錯，則實施「再教學」，若僅少數學生答錯，則實施「個別輔導」，使學生的學習困難能即時獲得補救。所以形成性評量的重點是在運用結果以改進教學，使學生達成有效的學習（葉艷靜、王子華、王瑋龍、黃世傑，2003）。

形成性評量在教學中，需立即且適當的給予學生回饋，並指出學生的學習進展、學習困難處，進而採行一連串的對症下藥的積極性教學活動。Dylan. (1998) 認為在課堂中運用形成性評量，可從提問（Questioning）、回饋（Feedback）及學習者的角色（learner's role）三者來探討，使得形成性評量確實提高學生的學習成效。

1. Questioning(提問)：一個好的問題（或測驗題），就是能找出學生的迷思概念，而非只是確認學習內容的部份認知。在課堂中，即使教師清楚的將教材內容傳遞給學生，但學生在納入知識結構時，時常會產生某些迷思概念。以學生學習分數概念為例，經常會發展出「最大的分數有最小的分母，最小的分母是最大的分數」的錯誤原則。圖 2-3-1 的兩個題目，雖然看起來十分相似，但答對率（88%與 46%）卻相差甚遠，Item 2 能測出上述的迷思概念，而 Item 1 則無法做到。

Item 1 (success rate 88%) Which fraction is the smallest? a) $\frac{1}{6}$ b) $\frac{2}{3}$ c) $\frac{1}{3}$ d) $\frac{1}{2}$	Item 2 (success rate 46%) Which fraction is the largest? a) $\frac{4}{5}$ b) $\frac{3}{4}$ c) $\frac{5}{8}$ d) $\frac{7}{10}$
--	--

圖 2-3-1 兩種問題的形式（Wiliam Dylan, 1999）

Dylan 還強調，問題不只要好，更要豐富（rich）。大多數的教師會以口頭提問的方式引起學生注意，但會將問題繼續延伸下去教師卻只有少

數，然而將該問題持續加深，並移轉至各個學生身上，這就是豐富(rich)。

這樣的做法不但可以增加課堂中的學習氣氛，也能因問題的持續移轉，

使學生更加專心。

2. Feedback (回饋)：Butler 在 1987 年將 200 位六歲至七歲的學生分成四

組，給予回饋的方式分別是：意見、分數、獎賞及無回饋。Butler 並以

尼可斯(Nicholls)所提出的工作投入論(task-involvement theory)分析

這四組學生的特性。獲得意見回饋的學生有較高的工作投入，獲得分數

與獎賞回饋的學生則是自我投入高於工作投入。由此可知，給予學生們

意見與鼓勵，比起其他方式更能使學生產生正向的學習目的。

3. The learner's role (學習者角色)：Dylan (2000) 認為學習者不只是被教

師(或系統)評量，也應該要自我評量，學生針對自己完成的任務做一

個簡單的評量，並寫下一段簡短的敘述。

Black 與 Wiliam (1998) 曾對 250 個教室形成性評量的研究進行資料分析，

結果發現教室形成性評量確實對學生學習有正向的幫助，這顯示形成性評量在學

習中扮演極重要的角色。

林宜臻(2002)更進一步指出，將教科書中的活動設計與形成性評量結合有

其必要。原因為雖專家教師具有診斷和補救的能力，能夠了解學生成敗的原因，

但生手教師則往往依學生的表現結果來解釋其成就，而較少於教學中進行評估學

習。課程研究設計者當然可以透過面對面的溝通，增長教師在該方面的教學知

能，然而面對如此龐大的教師人數，勢必經由各方管道分層負責，但是經過多層的闡釋後，面臨的可能是失真，基於教材是老師最倚重的教學工具，加以很多老師常照本宣科，教材內容安排及呈現，直接影響學童的學習，因此一手的教科書中的活動設計先行結合形成性評量的機制有其必要。

雖然了解形成性評量的重要性，也了解學生能從回饋得到更深入的學習，但實際教學情境中，教師難以即時對學生的評量結果給予回饋，我們應當應用資訊科技快速精確的特性，協助形成性評量在課堂中實行。

三、電腦適性測驗之理論與應用

前述提及若善加運用形成性評量，可在課堂中即時發現並解決學生學習困難，然而在實際的教學情境中，每位學生的學習困難皆不相同，教師難以在短時間內精確掌握大多數學生的學習困難為何，實行補救教學也更加困難，學習者因此錯過關鍵期，未能獲得即時的補救。

傳統測驗是對所有考生施以相同的一組題目，由於每位考生的能力皆不相同，對能力較高者而言，大多數的題目過於簡單，無法真實反應出他的能力；對能力較低者，大多數的題目過於困難，最後以猜測作答，不僅浪費時間，心理上亦遭受巨大的挫折。適性測驗能夠改善傳統測驗的缺失，它會依據受試者的能力進行施測，一開始先給予中等難度的試題，每答完一題，便根據該題答對或答錯的情況提昇或降低代表學習者能力的的能力值。因此，呈現的題目是難是易，端看學習者的能力是高是低，如此不僅可以縮短測驗時間，亦使得測驗結果更為精

準。由於適性測驗在施測時須反覆估計學習者的能力值，以及進行大量的運算與處理，因此經常與電腦結合，由電腦處理選題、能力估計及計分等問題，一般稱為「電腦適性測驗」(computerized adaptive testing, CAT)。

近代測驗理論發展已有四十年，隨著資訊科技的進步與普遍，愈來愈多的研究者將電腦與適性測驗 (Adaptive Testing) 結合，試圖精確且有效的進行學習診斷，而電腦化適性測驗也被諸多研究證實能夠有效地測量許多不同成就及能力等的評估及預測 (Urry, 1977; Weiss, 1982)，它不但可以正確地找出不同能力等級的分數，還可以改善測量的效率，在成就測驗上更能獲得精確有效的改進。Lee (1987) 針對教育研究所，修習教育研究課程的研究生，以微電腦進行適性期中測驗，他使用機率比及彈性水準兩種策略，結果顯示兩種成績具有高度相關；此外所有參與者對電腦化適性測驗態度都付予正面的評價。

在有關技能認知研究方面，Vispoel (1992) 對大學管樂隊隊員進行有關調音記憶能力研究，在比較紙筆測驗與電腦化適性測驗兩種方法後，發現電腦化適性測驗提供更好的信度及效度成績，同時受測者也比較喜歡電腦化適性測驗。另有學者以印地安那大學 24 位研究生進行受測者焦慮特質在電腦化適性測驗的環境前後有何差異作研究，分成不同程度組別使用不同電腦化適性測驗程序並在受測前先作 25 項的焦慮測驗，然後進行電腦化適性測驗，完成後再進行 10 項的焦慮測驗。結果發現在不同電腦化適性測驗情境中的成績沒有顯著差異，而且考前焦慮與考中焦慮測驗亦沒有顯著差異 (Powell, 1992)。

吳裕益（民 80）以 89 位國小應屆畢業生以國小高年級數學科進行電腦化適性測驗，結果發現電腦化適性測驗內部一致性及複本信度都高於傳統測驗，在態度方面發現大部份受測者對電腦化適性測驗都很喜歡，也認為有挑戰性、干擾小且不易緊張。在網路適性測驗系統發展上，何榮桂等（民 86）結合項目反應理論、適性測驗理論及網際網路技術，並以三層式主從系統架構發展出網路的適性測驗系統架構。而遠距測驗系統發展在何榮桂等（民 86）以網際網路技術與超文技術發展李克氏多點計分式態度量表的遠距適性測驗系統。在系統評估時發現不同的停止條件測驗長度不同外，電腦化適性測驗有效地縮短測驗長度，除此外電腦化適性測驗在縮減題數後仍然準確評估受測者的能力（趙立本，吳錦波，2000）。

目前電腦適性測驗的應用除了一般的能力測驗（英文能力檢定，如托福），尚有學者將其用來診斷學習者的學習困難，並實施補救教學（林原宏、陳紹銘，2006；陳怡如、吳慧珉、黃碧雲，2004；郭伯臣、謝振友、張峻豪、蔡坤穎，2005；楊智為等，2006）。而學者 Mark（引自孫光天、陳新豐、楊振印、戴伯昌，1998）認為電腦化測驗的發展有兩個技術之運用，對未來有明顯的影響：一是多媒體電腦技術的運用，使得測驗藉由模擬的方式，呈現更接近生活的問題；二是人工智慧的應用，讓電腦表徵測驗所欲測量的知識，技巧的建構受試者的狀態。

一個良好的測驗系統不但要能有效評估學生之學習成效，更要能診斷出學生的學習障礙與盲點，幫助學生突破學習障礙、改進學習成效。如何將行動載具、形成性評量之特色及相關理論結合，以擴展評量的運用環境與領域，使線上形成

性評量發揮最大功效，為本研究欲探討的重點之一，將詳述於後。

第四節 順序理論及其相關研究

電腦化適性測驗一般可分為兩大類：一類是以試題反應理論 (item response theory, IRT) 為基礎，另一類則是以知識結構或試題結構為基礎的順序理論 (ordering theory, OT)。以試題反應理論為基礎的電腦化適性測驗，施測後，受試者的成績為一「能力值」或「量尺分數」，較適用於教育資源分配情境 (郭伯臣等, 2005)。數學領域中，概念與概念之間具有階層性、結構性與順序性，且本研究之重點為結合行動載具，有效找出學習者的學習困難，因此較接近第二類電腦適性測驗之意涵。本節以順序理論為主，探討其原理及相關應用。

一、順序理論

Airasian 與 Bart 於 1973 年所提出的順序理論 (ordering theory)，能提供試題或概念間的順序及階層。Perkins 與 Brutton 認為，順序理論是一組用來決定某一技能或能力是否為學習其它更高階技能或能力時的「先備條件」(prerequisite) 之程序 (引自余民寧、陳嘉成, 1998)。在順序理論中，所有的題目皆為二元計分，也就是說只有答對 (以 1 表示) 和答錯 (以 0 表示) 兩種可能，於是兩個試題之間的反應組合有 (0, 0)、(0, 1)、(1, 0) 及 (1, 1) 共四種。

表 2-4-1 試題 i 和試題 j 的答題人數之列聯表

	試題 j		總和
	1	0	
試題 i	1	0	
	n_{11}	n_{10}	$n_{1\bullet}$
	0	0	
	n_{01}	n_{00}	$n_{0\bullet}$
總和	$n_{\bullet 1}$	$n_{\bullet 0}$	$n = n_{11} + n_{10} + n_{01} + n_{00}$

資料來源：“次序理論分析取向的等量公理概念結構探討”(頁 7)，林原宏、陳紹銘 (民 95)。

表 2-4-1 為試題 i 和試題 j 的答題人數之列聯表，其中 Bart 與 Krus (1973)

將 (0, 1) 稱為不確定 (disconfirmatory) 的反應組型。

二、順序理論之分析步驟

(一) 計算順序性係數

定義試題 i 為試題 j 的先備條件 (i→j) 的次序性係數 r_{ij} 為：

$$r_{ij} = n_{01}/n \quad (\text{公式 1})$$

公式 1 中的 r_{ij} 介於 0 與 1 之間，若 r_{ij} 愈小，則表示愈符合假設，即試題 i 為試題 j 的先備條件。

(二) 計算階層關係

Airasian 與 Bart (1973) 提出以容忍水準 ε (建議介於 0 與 0.2 之間)，也就是定義容忍範圍的數值。階層的決定，如公式 2：

$$R_{ij} = \begin{cases} 1, & r_{ij} < \varepsilon \\ 0, & r_{ij} \geq \varepsilon \end{cases} \quad (\text{公式 2})$$

將第一步驟的 r_{ij} 與 ε 比較後，可決定 R_{ij} 之值。Bart 與 Krus (1973) 針對十五位受試者測試在十二種情境之下內心的不安程度，完成第一步驟後，得到的結果如表 2-4-2。

表 2-4-2 15 位受試者在 12 個題目的反應資料

Item	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	row totals
Subject1	1	1	1	1	0	0	1	1	1	1	1	1	10
Subject2	1	1	0	1	1	0	1	0	1	1	1	1	9
Subject3	1	1	1	1	0	0	1	1	1	1	1	1	10
Subject4	0	1	0	0	0	0	1	0	1	0	0	1	4

Subject5	0	0	1	0	1	0	1	0	0	1	1	1	6
Subject6	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	11
Subject7	0	1	1	1	1	0	1	0	1	1	1	1	9
Subject8	0	1	0	1	1	0	0	1	0	0	0	1	5
Subject9	0	1	1	0	0	0	1	1	0	0	0	1	5
Subject10	1	0	0	0	0	0	1	0	1	1	0	1	5
Subject11	1	1	0	1	0	0	0	0	1	1	0	1	6
Subject12	0	1	0	1	1	0	0	0	1	1	1	1	7
Subject13	0	1	1	1	1	0	1	1	0	1	0	1	8
Subject14	1	1	0	1	0	0	1	0	1	1	1	1	8
Subject15	0	1	1	1	0	0	1	0	1	1	1	1	8
column totals	7	13	8	11	7	0	13	6	9	13	9	15	

資料來源："An ordering-theoretic method to determine hierarchies among items.", Bart & Krus (1973). *Educational and psychological measurement*, 33, 296。

(三) 繪製順序階層圖

當 r_{ij} 小於 ϵ 時， $R_{ij} = 1$ ，表示試題 i 為試題 j 的先備條件 ($i \rightarrow j$ 成立)，將試題 i 與試題 j 以一線段相連，並將試題 j 由階層 k 提昇至階層 $k+1$ ($k = 1, 2, 3, \dots$)。

反之則表示試題 i 不為試題 j 的先備條件，不必以線段連結。圖 2-4-1 (引自林原宏、陳紹銘，2006) 是 Bart 與 Krus (1973) 根據表 2-4-2 所繪製出來的順序階層圖。

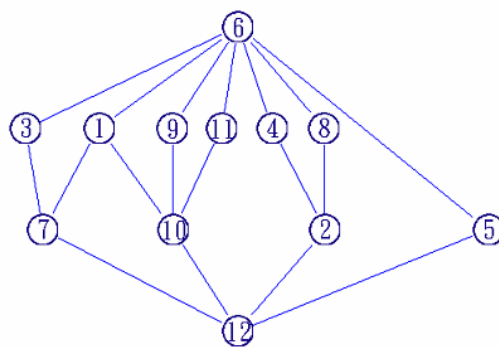


圖 2-4-1 順序階層圖 (Bart & Krus, 1973).

三、順序理論之相關應用

順序理論發展之初，主要應用於 J. Piaget 認知發展理論的發展階段之探討，Bart 與 Mertens (1979) 應用於認知發展之形式操作期 (formal operative period) 的基模 (scheme) 之階層結構。該研究顯示在同一基模內的某些試題是等價的 (equivalent)，雖然反應組型不同，但可發現形式操作期的基模階層結構之特徵。Bart、Frey 與 Baxter (1979) 利用次序理論比較不同背景受試者的形式操作期之基模階層結構差異，發現其基模階層結構存在共同的特徵。Airasian、Bart 與 Greaney (1975) 以次序理論分析形式操作期學生的命題邏輯 (propositional logic) 之階層結構。Bart 與 Airasian (1974) 以次序理論分析具體操作期 (concrete operative period) 和形式操作期的次序性關係，研究結果支持具體操作期為形式操作期先備條件之論點。

近年郭伯臣等 (2005) 比較了四種以結構理論為基礎的適性測驗演算法成效，實驗結果顯示以試題順序理論的適性測驗演算法在節省試題和預測精確度兩方面都有最佳的表現。在傳統教學中，教師依照自己的經驗做教學分析 (instructional analysis)，以擬定教學活動的前後順序，但這只是教師直覺式的建構，未必符合學生發展的實際需求。順序理論除了能夠用來分析概念間的階層性，余民寧、陳嘉成 (1998) 認為亦可透過順序理論，分析每個學習作業間的最佳學習次序，將可以提供教師一個更客觀的教學參照與評量根據。