

第二節 概念理解歷程的分析與討論

「理解」係對於事物意義的領悟、認識過程或結果的過程(陳碧祥, 1998), 郭為藩(2003)主張, 學習的過程不是將知識由外直接灌注到學習的的腦海中, 而是必須經過個體的「思考」、「反芻」作用, 才得以達到概念理解的程度。本節為分析《統計學》課後輔導教學活動中, 成人學習者在先備條件、語義組織、思維路徑與概念形成的學習與理解情況, 與「鷹架教學」策略應用的情形。

壹 概念理解歷程分析

一、學習者「先備條件」的分析與應用

「先備條件」是指學習者必須具備與所學知識相關的知識。T01 與 T03 都認為:「《統計學》『先備條件』應該是具備一般國中、高中數學的基本概念就可以了, 如果忘記, 學習者應該自行尋找資源, 不論是找參考書或是請教其他同學」【interview-920528-T01, p.1;17】【interview-930116-T03, p.3】。T02 也主張, 成人教育不能像國中、高中講的很詳細, 應該是說讓她們自己去找資料, 之後的問題我們用「提示」的。教學者的立場一致, 學習者應該要有一般國中、高中數學的基本觀念, 如果忘記, 自己應該主動尋求資源, 補足《統計學》概念「先備條件」的不足。

雖說成人學習者應主動尋找學習資源, 主動補足自己缺漏的數學基本觀念, 但成人學習者因為多重社會角色的扮演, 要實際回到國中、高中的數理學習資源有限, 時間上也不允許, 參與課輔教學活動的成人學習者只能藉由「教科書」或「教學節目」等資源, 加強課前預習與課後複習, 「勤能補拙」係少數成人學習者(S10)突破學習障礙的方法之一【學習者「先備條件」訪談意見參閱附錄十二, 表 12-1】。

此外, 「先備條件」的檢視本身就是一件很困難的工作, 教學者在第一階段四次課輔教學活動中, 並未實施「先備條件」的檢視, 一方面由於成人學習者會對質疑其條件的問題感到恐懼, 在教與學雙方尚未熟識, 學習者尚未培養對

「統計」的興趣前，任何形式的檢視都可能增加學習者負擔；再方面，由於教學進度應配合空大期中考試成就測驗的評量，以符合學習者參與課輔教學的目的。本研究既以瞭解學習者「先備條件」的情況，初始即以成人學習者為考量，減少「先備條件」的檢視，以降低學習過程的焦慮或不安。以下就教學者在《統計學》概念理解歷程中，「先備條件」檢視的教學情境、鷹架教學策略的應用與教學實施成效，列舉分析說明如下：

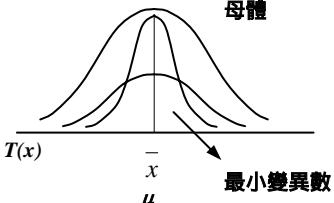
(一) 學習者「先備條件」的檢視與鷹架教學策略的應用

為了解學習者的「先備條件」，主要是以「教學者鷹架」為主，逐漸轉移至「同儕鷹架」，其具體策略包括「提問」、「提示」、「指引」、「練習」，及輔以「教學工具」的「直接教學」，重點如下：

1. 教學者希望藉由「提問」，蒐集學習者對於新概念理解的程度，作為該主題切入與重點講述的參考

教學者會在每一次的教學活動，實施新主題教學前或教學時，給予學習者先備知識與條件的測試，測試的方式大多以「提問」及考古題隨堂考試為主。以「樣本的不偏與最小變異」(第七章)先備條件的檢視工作為例【Class-920423,pp.6-7】，前測時機是在新概念講解之前實施，教學者希望藉由「提問」，蒐集學習者對於新概念理解的程度，作為該章主題切入與重點講述的參考。由於這個主題在「抽樣分配」與往後「估計檢定」有它的重要性，屬於基礎觀念，同時它與前面「機率」、「常態分配」等的學習脈絡息息相關，算是「承先啟後」的關鍵，教學者檢視的目的在於瞭解學習者對於「抽樣分配」的理解程度。

鷹架教學情境	鷹架教學策略之應用	鷹架教學實施成效
T02：有幾個問題還沒教之前，我想聽你們的瞭解，就你現在的觀念不管是對或錯， <u>甚麼叫樣本的不偏性？甚麼叫最小的變異性？</u> 有標準答案，但是沒有一定的說法	提問 指引	開放性問題，降低學習者疑慮 S06 以既有的舊觀念(常識性概念)回應
S06：我覺得樣本的不偏性應該是這樣，跟眾數的概念一樣，出現最多的觀察值範圍之內，應該是最不會	學習者回饋	

<p>偏的，</p> <p>T02：你的不偏就是集中在那邊？</p> <p>S06：對對對，就跟眾數一樣，</p> <p>T02：那甚麼叫做<u>最小變異性？最小變異性就是彼此之間的差距越小越好，就是我們標準差的觀念，標準差越大是不是整個就不準了？所以越小越好，那你覺得呢？</u></p> <p>S06：標準差的變異？</p> <p>T02：<u>變異數其實就是標準差，變異性就變異性，為甚麼最小？為甚麼不是最大？不是很清楚是不是？有沒有人？</u></p> <p>S11：<u>就是估計值越接近母體的標準差，差異到越小，扣掉裡面的他最接近的就是標準差，那不偏性就是說出來的母體跟他原來的母體概念是一樣的。</u></p> <p>T02：<u>對對對，這（位）同學已經講的很接近標準答案了，非常接近了。</u></p>	<p>澄清</p> <p>提問</p> <p>提示</p> <p>學習者回饋</p> <p>指引</p> <p>提問</p> <p>S11 回饋</p> <p>鼓勵與讚美</p>	<p>T02 協助以圖形解釋</p>  <p>提示、指引標準差「由上而下」的觀念，引導學習者思考</p> <p>S06 顯然無法將舊觀念聯結，教學者再度指引，刺激學習者思考，再提問</p> <p>S11 未看書，直接講出自己的概念，表現始終就是代表有預習過，具有一定程度的先備條件</p>
--	---	---

【Class-920423, pp. 6-7】

2. 課前預習可以建立學習者一定程度的「先備條件」，「提問」過程中，教學者會視學習者的反應，直接給予答案，或輔以「提示」、「指引」策略的應用，引導學習者思考，並降低學習者在檢視過程中的窘境或不安

課前預習在《統計學》科目「先備條件」檢視的過程中具有重要意義，沒有預習，加上沒有足夠的先備基礎，學習者要憑一般的「常識」概念回答，很難切中問題的核心；「先備條件」檢視的初始過程中，當學習者無法回應時，T02 會立刻給予答案，他在課後回憶說：「一方面是礙於時間的關係，一方面是他真的不會、又緊張，如果你一直「指引」的話，他還是想不出來」【interview-920423-T02】。過程中「盡可能」不讓學習者產生負面的感覺。

從上述「樣本的不偏與最小變異」的教學情境來看，成人學習者（S06）對於「提問」會緊張、會手足無措，特別是題目與生活事例或經驗無關，S06 在

前面六章概念並未完全熟悉，第七章又未預習的情形下，「勉強」以既有常識性的概念回應，雖經 T02 以「圖示」提示或指引，試圖引導學習者思考，但 S06 仍無法將已教過之「標準差」概念連結起來。課後 S06 在訪談時表示：「我怕我答不出來，因為前面那個變異數跟不偏性，我有一點點印象，覺得比較學術，那整個我是在模糊當中，我怕我講的不好」【interview-920423-S06,p.1】。S11 的回應係根據教科書而來，課前預習可以建立學習者一定程度的「先備條件」。

當學習者熟悉教室情境後，教學者會在「提問」後，輔以「提示」、「指引」策略的應用，引導學習者思考，並降低或化解學習者在「提問」過程中的尷尬或不適應。

3. **鼓勵學習者上台「練習」，運用舊概念融入新知識，並以例題或習題進行演算，必要時輔以「提示」、「指引」策略的應用，有助於刺激有能力的學習者思考，對於學習能力較差的學習者，也能夠有效將舊概念連結到新知識的基礎上，並給予鼓勵**

在將舊概念連結到新知識的「先備條件」檢視過程中，教學者採取「直接教學」與「示範」策略的應用，並無法刺激學習者思考，對於「先備條件」不足的學習者，只能被動的接受資訊，不斷的抄寫筆記；對於有基礎或認真的學習者，則會選擇性的接收資訊，抄寫她們認為重要的內容。若教學者能夠鼓勵學習者上台「練習」【Class-920507,pp.10-11】，運用舊概念融入新知識，並以例題或習題進行演算，必要時輔以「提示」、「指引」策略的應用，雖然教學進度緩慢，卻有助於刺激有能力的學習者思考，對於學習能力稍差的學習者，也能夠有效將舊概念連結到新知識的基礎上【Class-920402,p.2】【Class-920507,p.16】【Class-920514,p.25】。教學過程中，對於成人學習者的「讚美與鼓勵」是不可少的，它不但有刺激學習的動力，並且能夠加強學習者進步的原動力。

4. **「直接教學」若能輔以教學工具（例如圖示、表格、彙總等）的使用，有助於刺激學習者思考，並產生「先備條件」的連結**

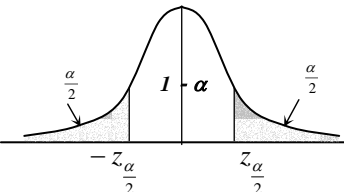
教學者在講解抽樣分配的性質，試圖回顧「離散隨機變數」二項分配、指數分配、*Poisson* 等期望值與標準差的公式，以期解釋「樣本的不偏與最小變異」之意義，由於教學者以「直接教學」策略，希望能夠以舊概念連結到新知識的

基礎上，但部分學習者 (S01、S04)「先備條件」不足，專心抄錄筆記；有一些基礎的學習者 (S10、S11、S13)，則能夠理解教學者說明的意義，也顯示出學習者投入程度的不同，影響「先備條件」的差異。

鷹架教學情境	鷹架教學策略之應用	鷹架教學實施成效
T02：我們那時候不是有看到好幾個分配，不是有請各未將各個分配的 $E(a)$ 值要去背起來，它的 Variance 好像也是 有請你們背，有 <i>Poisson</i> 是不是有請你們背，那這個也是從這裡來的	直接教學	S01、S04、S12 專心抄筆記，S10、S11 與 S13 時而點頭、時而抄錄教學內容

【Class-920430, p.8】

然而，在「直接教學」策略中，若輔以圖示方式，說明點估與區間估計的差別，複習教科書表 8.1 臨界值正負三個標準差的概念，這種工具的使用有助於刺激學習者思考統計的「先備條件」。

鷹架教學情境	鷹架教學策略之應用	鷹架教學實施成效
T02：...其實你去想也知道嘛，...其實就是 \bar{x} 加減一個東西嘛，...一定跟標準差有關係，對不對？...我們以前是不是學過，在三個標準差之內 的概率就佔了 99%，...對不對？就是這個意思。	直接教學 圖示（工具使用）	刺激學習者思考 

【Class-920514, p.12】

針對「抽樣分配」、「估計檢定」的相關概念，由於概念間環環相扣，為了讓學習者能夠前後連貫，由舊概念連結到新知識，課輔教學活動使用較多的方式仍以「由上而下」進行，教學者會「適時」地以舊概念應用到新概念的觀念基礎上，例如教學者彙總：「一個好的估計數是不偏，而且是最小變異，就是一個好的估計」【Class-920507, p.21】。

（二）鷹架教學策略實施成效

1. 六位學習者參與的動機不同，但是課輔初始具備的「先備條件」卻是有限的，隨著努力程度的不同，逐漸產生個別差異

第一次上課，教學者即以自我介紹的方式，瞭解學習者參與或修習《統計

學》課程的目的，S01 與 S04 都希望修得學分，雖然 S04 對數字很有興趣（喜歡錢），但是對於數理卻很畏懼；S10 對於研讀「統計」缺乏自信，對教學者會有頗高的期望【Class-920326,pp.15-17】；S11 有自身的規劃，希望多接觸、多吸收、多改變，因此也就更加要求自己【interview-920402】；S12 是六位學習者中唯一曾經修過《統計學》課程的學習者（八十七學年度下學期），但是挫敗的學習經驗，使她下定決心再一次接受挑戰【interview-920605,p.6】；S13 則是在自行研習過程中發現困難，必須尋求外力資源解決，而主動參與課輔教學活動【email-920402】。六位學習者參與的動機不同，但是在「先備條件」的基礎上，卻可能不足，她們選擇參與課後輔導教學的目的就在於透過老師的講解，讓「統計」的概念能夠更清楚、更了解，有不懂的地方也可以有人發問。

彙總成人學習者在《統計學》課程先備條件的多寡【學習者「先備條件」訪談意見參閱附錄十二，表 12-1】。少部分的學習者（S01、S08）曾經修過《統計學》相關課程，但都是很久很久以前的事，或是學習過程中遭遇障礙，到現在老早就「忘光了」，S08 提到：「第一次老師叫我們講的時候，其實我都忘了，我也忘記以前是怎麼修過的，我真的忘的很徹底」【interview-920514,p.2】。大部分學習者「基礎程度」相當（都沒有學過），但是努力程度確有相當大的差別。S10、S11 不但課前預習、課後也複習，收穫比較多，S10 認為：「我有（事先）看，這樣的話比較會有感覺」【Interview-920521,p.1】。S11 同意 S10 的看法：「像我上次就沒有看，就很吃力，幾乎都要事先看，它根本不等你，（上課）會就會、不會就不會」【Interview-920507,p.2】。S12、S13 都肯定預習的重要性，「（看過之後）就知道老師要上的東西是什麼啊！（在平時預習和複習）我覺得幫助很大」【Interview-920605-S12,p.1;p.3】。「事前備課，在討論的時候或是聽課的時候，有充分地投入，這樣的收穫當然會加倍的獲得」【Interview-920528,p.1;p.3】。S04 是心有餘力不足，基礎不夠穩固，越到後面的概念越無法消化【Interview-920514-S04,p.1】【Interview-920521,pp.2-3】；至於 S01，或許學習動機不是十分強烈，或是工作忙碌，不但沒有預習，就連課後的複習也往往力不從心【Interview-920514,p.2】。

2. 教學者會視學習者個人投入的程度,「適度」的檢視先備條件的多寡,課前預習與課後複習有助於「統計」觀念基礎的建立,增進進階概念的理解

第五章離散隨機變數、第六章連續隨機變數開始就有許多公式、定理與演算步驟的出現,也就是 T01 所稱的「模型」;到了第二階段進入真正的統計,學習者的用功與投入程度就會有明顯的差異,有事先預習或課後複習的同學,他(她)們會自己捕捉先前教過的觀念、定理或基礎公式,沒有時間投入的學習者,在教學活動的表現就會比較「木訥」,顯示出「先備條件」的不足,無法跟上進度。也因此,T02 會在第二階段的課輔教學活動,由於學習者「先備條件」不一,教學者會視學習者個人課前預習與課後複習的程度,適度的「提問」學習者「先備條件」的多寡,或試圖連結舊觀念到新的知識基礎上。

由於「統計」概念環環相扣,課前預習與課後的複習也可以考量出學習者下一個觀念先備條件的多寡。習題 7.2 的「提問」時機是在定義、定理(或公式)講解完畢後進行【Class-920507,pp.2-3】,希望學習者能夠「回顧」前一週講述的公式,學習者依複習與否產生不同的反應,S10、S11、S12 與 S13 有複習的習慣,也因此能夠「跟隨」教學者的思路,了解 T02 的解題情況;S01、S04 不停的抄寫白板上有關習題 7.2 的解題步驟,根本無暇思考或回顧相關的公式,更無法顧及理解的過程。

3. 「同儕鷹架」互惠式教學的進行,「先備條件」已成為課輔教學活動實施前的必要步驟

第三階段起以「同儕鷹架」互惠式教學進行課輔教學活動,學習者必須課前預習與課後複習,「先備條件」已成為課輔教學活動實施前的必要步驟,部分成人學習者因為無法承受「自學」的壓力,或是自行尋找學習資源,選擇中輟(詳如第三章第二節說明)。《統計學》其實你前面不懂就真的不懂【interview-920521-S11,p.2】,課前的預習會使整個教學活動的實施會比較「有感覺」【interview-920521-S10,p.1】,學習者能夠將過去學到的東西做一個充分的連結【interview-920528-S13,p.3】,幫助會很大【interview-920605-S12,p.3】。S04 認為:「要充分準備才能夠上台」【interview-920521,pp.2-3】。

二、學習者「語義組織」的分析與應用

《統計學》課後輔導教學進行過程中，T01 就一直強調：「學習統計，我感覺還是語文問題，你別說我們都是用中文，其實我們都不懂題意」

【interview-920528,p.3】。初始，很難體會這句話的意涵，經過幾次的課輔教學活動，從教科書上的定義、定理，或是例題、習題的文字敘述，觀察教室師生的互動，教學者與學習者「常常」在題意的解釋與理解上，遭遇到挫折，「耗費」了相當長的時間進行理解。

學習者的課後訪談中，幾乎是所有學習者（S04、S10、S11、S13）在《統計學》課輔教學的學習歷程中，都會有有關「語義」的困擾，在分析題意時，不了解題目的意思，甚至誤會了題目的真正意涵，不但浪費了寶貴的教學時間，在教學效果上也打了相當大的折扣【Email-920409-S04,p.2；Interview-920528-S10,p.3；Interview-920528-S11,p.5；Interview-920409-S13,pp.1-2】
【學習者「語義組織」訪談意見請參閱附錄十二，表 12-2】。

教學者在第十次課輔中所強調題意理解的重要性：「前面你觀念都懂的話，後面只是小變化，大部分問題出在你題目看不懂...應用問題是在你要看得懂題目，不是難在你要如何計算」【Class-920528,p.22】。可見「語義組織」在解題過程中所扮演的角色。

從以上教學者與學習者對「統計」文字的敘述或題目的意義所產生的困擾，幾乎出現在每一次的課後輔助教學活動中，包括對定義文字敘述的冗長，無法掌握文句脈絡的精髓，並以自己的語言加以表達；或是對於教科書例題或習題的文字敘述，無法分辨條件關係，甚或誤解題意，形成錯誤的解題過程。以下就教學者在《統計學》概念理解歷程中，「語義組織」解析的教學情境、鷹架策略的應用與教學實施成效，列舉分析說明如下：

（一）學習者「語義組織」解析與鷹架教學策略的應用

為使學習者了解「統計」的「語義組織」，教學過程中，主要以「教學者鷹架」為主，另以「同儕鷹架」策略為輔，其具體策略包括輔以「示範」、「澄

清」、「回饋」與「教學工具使用」的「討論」策略，及分享「類比或譬喻」的「直接教學」，教學者建議加強「練習」，以熟悉「統計」問題的呈現方式等。

1. 例題或習題的演算過程，首重問題的轉譯，陳述句間的連接詞會造成問題轉譯過程中的混淆概念，多做題目「練習」，以熟悉問題呈現的形式

首先以「關係語句」加以說明，中文字有許多連接詞，當兩個以上的字詞藉由連接詞串接在一起就產生新的意義，常常造成語意理解上的混淆。以第四章「機率」教學條件機率補充教材範例七為例：「『女生且修會計』與『我隨便找出一個是女生，可是我發現她修會計』的機率，一個是交集，一個是條件機率，這兩者的意義是不一樣的」【Class-920402-T02,P.18】。從題目本身來看，都是「女生」、「會計」，但是脈絡的前後意義卻不相同，前者係「交集」的概念，後者則是「條件機率」的觀念，由於學習者對於機率中加法原理、乘法原理的基本概念還不是十分清楚，題意上所顯示的脈絡意義在區辨上就產生困擾：「老師，你是不是再講解一下，為什麼女生修會計的機率是會計又是女生的機率？那如果說相反過來的話修會計的女生」【Class-920402-S13,P.18】。

邁阿密商學院院長蒐集了有關該學院大學生的資訊如下：

性別	會計	財政	行銷	管理	合計
男生	170	120	160	150	600
女生	110	100	70	120	400
合計	280	220	230	270	1000

問題	
假設隨機選出一學生，該名學生是女生且主修會計學的機率是多少？	
已知該學生是女生，她主修會計學的機率是多少？	
重述問題已知條件	重述問題解題目標
男女生人數及學生總數	女生且主修會計學的機率是多少？
男女生修會計、財政、行銷、管理之人數	已知該學生是女生，她主修會計學的機率是多少？

【Class-920402 補充教材】

《統計學》例題或習題的演算過程，首重問題的轉譯，學習者（或教學者）應從冗長的文字敘述中，重述問題的已知條件，再列出解題目標，針對字裡行間關係語詞、前後意義的影響，必須要有清楚的概念，教學者建議多做題目，熟悉問題呈現的形式，有助於問題轉譯過程中，對題意的理解，T02 以自身經驗，建議學習者看到題目後，先傻住、再沉澱，以「思考」題意間的脈絡關係【Class-920430-T02,p.16】。

2. 解題過程中，呈現出師生「討論」互動的情況，教學者首先在「示範」的過程中，「釐清」一些觀念，學習者也會在「回饋」的過程中，以「常識性」的觀念測試自己的理解程度

解題過程中，呈現出師生「討論」互動的情況，教學者首先在「示範」的過程中，「釐清」一些觀念，學習者也會在「回饋」的過程中，以「常識性」的觀念測試自己的理解程度（S04、S13），然而關係語句的前後脈絡不同，意義的產生也會不同，包括教學者也無法給予立即而正確的回應。

鷹架教學 情境	鷹架教學 策略之應用	鷹架教學 實施成效
T02：你隨便抽出一個人她是女生 你又發覺她是修會計，這跟她是女生且她修會計是不一樣的道理喔！ $P(\text{會計} \text{女生})$ ，我隨便找出一個是女生可是我發現她修會計機率，這意思我不知道你能不能把它釐清，一個是交集，一個是條件機率喔！是在抽出的人當中是女生，她修很多科目，我現在又要知道她修會計的機率	示範	T02「示範」補充教材範例七，教學者試圖區辨交集與條件機率的觀念，由於題意乍聽之下條件相似，學習者對於前後脈絡的意義無法區辨
S04：所以這種情況下它的比例會比較小	S04 回饋	學習者「常識性」的「回饋」，顯然不是十分理解題意關係語句的脈絡
T02：你是說它的比例還是它的機率	澄清	
S04：就是說這個比 0.1 小	學習者提問	學習者反向思考「提問」，教學者思考，顯然無法立即抓住題意的文辭脈絡與關係語句
S13：老師你是不是再講解一下，為什麼女生修會計的機率是會計又是女生的機率？那如果說相反過來的話修會計的女生		

<p>T02：修會計，在修會計當中是女生（思考中）</p> <p>S13：是女生。</p> <p>T02：那就要轉過來，變成這邊是會計，這邊是女生，等於說我從所有女生當中</p>	<p>T02 回饋</p> <p>討論</p>	<p>思考也會混淆，在語義上的繞來繞去，愈轉愈亂</p> <p>學習者主動協助介入討論</p>
---	-------------------------	---

【Class-920402, PP. 18-19】

3. 教學者配合「教學工具」的使用（表格），重述問題已知條件，並列明解題目標；教學者「示範」解題過程中遭遇到困擾，學習者會主動提出個人常識性經驗，形成教室中「討論」的教學情境

學習者(S11)超越教學進度，提出對於「貝氏定理」習題解題過程的疑問，在缺乏事前準備的情況下，教學者會以唸題目、分析題意的初始解題步驟著手，以「示範」的策略瞭解問題的已知條件與解題目標。T02的解釋是：「應用問題題目就是太長了，看到後面，前面又忘記內容是什麼，其實應用問題它講到的比較不會難，只是你要去分析就比較麻煩，而且有些敘述性的東西，它要解釋老半天」【Class-920402,p.21】。因此，重述問題的已知條件與解題目標有其必要性。

問題	
<p>習題 4.28：已知某大學應屆畢業生有意願考研究所的比率是 0.2，且知應屆畢業生男女人數的比是 4:6，而應屆畢業之女學生當中，又有意願考研究所的比率是 0.15。今從該大學應屆畢業生隨機抽出一人，問該學生是男生且有意願考研究所的機率是多少？</p> <p>【資料來源：蘇國樑，2003a，p.115】</p>	
重述問題已知條件	重述問題解題目標
<p>1.有意願考研究所 0.2</p> <p>2.男女 4:6</p> <p>3.女生，有意願 0.15</p>	<p>男生，有意願考研究所的機率？</p>

教學者認為以「自言自語」的方式唸題目、分析題意，有助於個人思考，並期望以「放聲思考」的方式，希望學習者理解「思維路徑」

【interview-920409,p.5；interview-920423,p.1】；教學者再以「樹狀圖」（圖示工具使用）解釋「貝氏定理」的基本意涵，以期釐清題意，但是受到問題關係語句

的影響，「已知 有意願，且知 ，又有意願 」，使得問題的前後脈絡、意義始終無法以「樹狀圖」合理呈現。

實施的結果，學習者似乎無法「體會」，反而會對於教學者的「自我中心語言」，主動提供協助，根據自己的理解與常識性經驗，提出對於解題過程的意見，形成教室中由教學者「示範」到師生、同儕「討論」的教學情境。

鷹架教學情境	鷹架教學策略之應用	鷹架教學實施成效
S11: 老師，我覺得這一題它的條件已經有給了一個應屆畢業生女學生當中，這個就是條件機率	提供解釋	S11 由題意中引出另一種思維
T02: 其實它已經給了我們一個條件機率，所以這不一定是貝氏定理，在男生中且有意願考研究所的機率，它抽出的男生而且有意願考研究所，其實跟貝氏感覺上，有點像條件機率，比較不像貝氏，	回饋 「自我中心語言」	T02 在「貝氏定理」不得其解的情況下，以「條件機率」思考，嘗試透過題意，找出所有關鍵詞和關係式，並與學習者一再「推敲」，教室呈現師生「討論」的情境，學習者會就自己的理解提出「回饋」，雙方共同思考解題的過程
S04: 它說有意願考的是那個部分 (學生討論中)	討論	
T02: 是考跟不考。	回饋	
S04: 0.85 跟 0.15。		
T02: 好，那我們來看這樣的思考對不對，在考的裡面而且是女生要考的，所以有點是而且的意思，它現在的題目好像是有點反過來，換句話說，這個 0.15 就是整個事件，可是題目不是這樣，題目是女生要考，剛好跟它顛倒過來。	自我中心語言	
S04: 這是男生然後要考。	回饋	學習者亦被帶入教學者解題的思維中，教學者「自言自語」，再度遭遇瓶頸，「有點是而且的意思」T02 另起爐灶，重新思考，但還是停留在語義上推敲
T02: 我只知道男生跟女生的比例是 4 比 6，換句話說，在考的不考的當中是 4 比 6，男生而且要考的，0.2。是不是剛好就是	討論	有點興奮，演算結果還是不對
S(?): 0.03。		
T02: 跟我們的是不是一樣，我考試跟男女是彼此獨立。	澄清	
T02: 對不對，所以其實題目很簡單，也不必用貝氏，也不需要條件機率，就是要畫圖而已，來注意看，應該是這樣處理才對，這裡沒用到應屆畢業之女生當中有意願考研究所之比例是 0.15，那我現在反觀，	工具使用 示範	T02 試圖以圖示協助解題，但仍不得

男生應該我先前畫的是對的，（停頓，思考許久）我看這個好了，我們下次來解這個問題，我們回去想一下，因為現在臨時也浪費大家太多時間。	停頓	其門而入，決定暫時放棄，留待下週分解
--	----	--------------------

【Class-920402, pp.24-26】

4. 當「直接教學」無法使學習者理解時，輔以「類比譬喻」或「教學工具」的使用，扮演學理與實務間的橋樑，有助於成人學習者理解或釐清重要概念的意義

定義 4.8 與定義 4.9 的教學過程中，T02 以自己的邏輯思維，藉由投影片「直接教學」，由於並未依照教科書內容順序，學習者十分認真的抄錄投影片內容或講述內容，由於涉及到兩個關鍵性的概念，教學者會對學習者的「提問」給予適時、適切的「澄清」，並運用「類比」分享方式連結生活事例，由於學習者中文字義認知理解上的差距，對於生活事例的連結仍舊無法產生具體的思維意義，學習者的不解，主要在字義的混淆，與前後脈絡文句的意義上，許多數學符號，即使配合圖示，沒有空間概念也不易進入相關教學情境。

鷹架教學 情境	鷹架教學 策略之應用	鷹架教學 實施成效
<p>T02：互斥跟獨立不一樣喔，常有人會搞在一起，連大學生都搞不清楚。我跟他不相關應該就是獨立嘛，可是不一定喔，互斥不代表獨立，因為互斥代表我做了這件事，就代表你一定不會來做這件事，獨立的話是你做你的我做我的，所以互斥跟獨立不一樣。</p> <p>S10：老師你剛才講獨立跟互斥，那有沒有說獨立並不一定互斥，但是互斥他一定獨立對不對？</p> <p>T02：不一定喔。反而互斥是有相關的，獨立是不相關的，因為互斥是我做的這件事我就保證你不會來做，可是獨立是我今天來到這裡，我不保證你一定不會來，因為你是自由的個體，行為跟我是沒有關係的，那互斥是我來，我就保證你不會來，因為你</p>	<p>直接教學</p> <p>S10 提問</p> <p>T02 澄清</p> <p>直接教學</p>	<p>以生活事例類比互斥與獨立的意義</p> <p>S10 會以個人的先備條件思考，對於互斥與獨立之間的關係試圖提出個人理解</p> <p>教學者澄清，但仍陷入字義的口頭比較上，亦即教學者完全從學理的角度解釋，忽略統計的特殊性</p>

跟我是死對頭，所以是不一樣的。反而獨立是比較自由的，互斥比較狹隘。		
-----------------------------------	--	--

【Class-920402, pp.8-11】

從定義 4.8 與定義 4.9 的教學過程，在關鍵概念的解釋比較上，以「直接教學」的方式並無法使學習者很快進入理解的狀態。S10：「老師，你剛才講獨立跟互斥，那有沒有說獨立並不一定互斥，但是互斥他一定獨立對不對」【Class-920402, p.8】？學習者希望就兩者的相關性進行思考，然而，數理的專業知識與一般常識性的觀念還是有落差，教學者在缺乏圖示與表列的情況下，可能容易造成學習者觀念的混淆與困擾。若能輔以表格說明，有助於學習者自行比較「互斥」、「獨立」在概念意義上的區別，「教學工具使用」有其重要性。

	互斥	獨立
教科書	若兩個事件 A 與 B 之間沒有交集 A B 內沒有任何簡單事件 稱事件 A 與事件 B 互斥，記作 $A \cap B = \emptyset$	若假設事件 B 發生與否並不會影響事件 A 發生的機率，則稱事件 A 與事件 B 相互獨立 $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$
教學者	<u>互斥是有相關的，我做的這件事我就保證你不會來做，我來，我就保證你不會來，因為你跟我是死對頭，互斥比較狹隘。</u> <u>互斥就是不可能，A 發生 B 就不會發生，B 發生 A 就不會發生，所以他們的交集是 0，數學叫做空集合，這是一個例子。</u>	<u>獨立是不相關的，我今天來到這裡，我不保證你一定不會來，因為你是自由的個體，行為跟我是沒有關係的，獨立是比較自由的。</u> <u>獨立在統計跟數學的定義就是 A 和 B 的交集，他的機率會等於 A 的機率乘以 B 的機率，就是獨立。</u>

【Class-920402, pp.8-11】

資料來源：出自蘇國樑（2003a，pp.104-106）

5. 複雜而多元的概念學習，採「直接教學」的策略並不適合成人學習者，學習者只能藉由「提問」釐清自己的觀念

T02 以「直接教學」的方式說明教科書表 8.2，由於表格的繪製與教科書顛倒，導致學習者的思維脈絡與教學者無法重疊，因此，以「直接教學」講述相關概念時，應該以學習者能夠參考（如教科書）或理解的脈絡為主；其次，學

習者會以「直觀」的方式解釋包括虛無、對立，真、不真，拒絕、接受等個別的涵義，但是四個象限彼此間的關係，卻無法以統計的特殊字義相連結，學習者只能藉由「提問」釐清自己的觀念，教學者在無法針對型I與型II誤差提出更合理化的解釋時，T02 試圖再以「直接教學」的策略，就「檢定力」的概念活化對「型I與型II誤差」的解釋，學習者更是將所有概念混淆【Class-920521,pp.30-31】，S11 對於教科書有關「型II誤差計算」的解說反應是：「我不懂啦！中間看不懂」【Class-920521,p.15】。S04 也認為有看沒有懂【Class-920521,p.15】。因此，複雜而多元的概念教學，如教科書§8.4「型II誤差的計算」，課本描述冗長，未加標題條列，學習者對於文字與脈絡的理解感到挫折。

6. 《統計學》觀念有其特殊性，學習者在以「直觀」的方式進行理解時，教學者應立即給予「回饋」或「澄清」

成人學習者會以「直觀」的方式解題【Class-920402,pp.8-11】，係由於經驗使然，但是「統計」的概念並不會如此單純，題目背後隱含的意義才是學習者需要掌握的要點，也才能理解「統計」思維的意義。因此，教學者面對學習者以「直觀」的方式解釋題目，會是一個正常現象，但應適時給予「回饋」，並輔以正確的解題觀念，理解題目的前後脈絡，才有助於題目或文字敘述「語義組織」的理解。

型I誤差與型II誤差概念的理解十分重要，屬於估計檢定的基礎，教科書表8.2 是對假設檢定下可能的四個結果提出說明，虛無假設 (H_0) 與對立假設 (H_a) 在決策(樣本實驗的結果)與實際情況的處理情形，當實際情況虛無假設為真，樣本實驗結果卻接受對立假設，則會犯下型I誤差；當實際情況對立假設為真，樣本實驗結果卻接受虛無假設，則會犯下型II誤差；如果實際情況與決策情況相符，代表判斷正確。然而歷經三次的課輔教學活動，合計超過三十分鐘的討論過程中，學習者初始即陷入四個象限脈絡思維的比較，對於虛無與對立假設，決策與實際情況的語義推論上【Class-920521,pp.30-31】。

假設檢定的決策與結果

決策/實際狀況	H_0 為真	H_a 為真
H_0 為真	決策正確	型II誤差
H_a 為真	型I誤差	決策正確

資料來源：出自蘇國樑（2003a，p.262）

在教科書表 8.2 的討論過程中，學習者首先對於「虛無假設」與「對立假設」的字義就無法分辨，從題意上首先決定「對立假設」，再反推「虛無假設」，但 T02 似乎以先建立「虛無假設」，再定義「對立假設」，T01 與 T02 教學上有明顯的不同；其次，就虛無與對立的字義而言，虛無代表空幻、不存在的東西，對立相對於虛無，似乎是可以理解的觀念，但教學者並未修正一般學習者以「直觀」的角度所切入的思考方式，以至於學習者深陷其中、不明其意；教學者未能在後續解釋的過程中，引述適當的類比觀念，或舉實例說明，導致學習者在字裡行間百思不得其解；最後，教學者在學習者尚未理解型I與型II誤差時，加入了「檢定力」的觀念，學習者更對於 與 的互為因果性，觀念混淆。在往後 T02 還花了相當長的時間 第十次與第十一次課輔教學 補述型I誤差與型II誤差的觀念。S13 認為：「有些題目看樣子還可以去感覺，但是有些題目有時候就不知道怎麼去下手」。因此，她強調（題目）整個架構出來，一定要先理解，T02 也建議學習者看到題目後要做整理的工作【Class-920528,p.17】。

7. 當「先備條件」不足時，成人學習者會以「常識性」的概念解釋問題，教學者應立即給予「澄清」，過多的「討論」可能只會耗費更多教學的時間，無助於學習者正確的思考

當學習者「先備條件」不足，成人學習者常以「常識性」的概念，主動提出自己的想法或觀念，試圖為題意提出解釋，在意見錯綜複雜的情況下，對「統計」觀念的解題不但沒有幫助，反而會混淆概念，教學者應適時澄清，過多的「討論」可能只會耗費更多教學的時間，無助於學習者正確的思考。

「貝氏定理」習題 4.25 的解題過程中，教學者事前備課並未觸及，以至於在理解題意中，耗費了頗多時間【Class-920409,pp.8-11】。

問題	
習題 4.25：某項人體血清檢驗，如其結果為陽性，則其罹病率達 90%，如其結果為陰性，則其未罹病率達 99%。今有一組人員，其中有 5%曾經罹病，自此群中任取一人，進行檢驗，顯示結果為陽性，求該人未罹病的機率。 【蘇國樑，2003a，p,115】	
重述問題已知條件	重述問題解題目標
1.陽性中，罹病率 0.9 2.陰性中，未罹病率 0.99	從曾經罹病的 0.05 中，陽性反應的機率

醫學上通常定義「陽性」反應代表有病的機率較高，「陰性」反應代表可能沒病，但是運用到其他學科領域，學習者若對上述的醫學概念「先備條件」認知不足，會以自己的常識性觀念加以解釋，或以自身對語義的理解加以說明，因為個人的生長環境、教育程度、職業背景、先備知識的差異，造成學習者「先備條件」上的落差。

對於第四章習題 4.25，教室教學活動中，教學者與學習者對於陽性反應、陰性反應、有病、無病、罹病與未罹病等語義觀念的「討論」，T02 於課後訪談時提到：

我不是很清楚它的題意，我一看到這個問題，立刻知道（直觀）是用貝氏定理，絕對不會錯的，可是它的題意，所以在思考方面就產生了問題，到底是陰性就代表有感染，我覺得它應該說清楚才對，應該說「檢定前」、「檢定後」就很清楚了，主要是題意啦
【interview-920409-T02,p.2】！

然而，S13 卻強調：「成年人經歷各方面，理解力較高，剛開始會傻住不曉得甚麼東西，再慢慢就會想說學到甚麼東西可以拿出來用」

【Interview-920528-S13,p.5】換言之，初始的不適應是正常現象，等到練習、熟練之後，就能夠適應文字的敘述方式，克服解題的困擾。因此，教學者對於學習者錯誤的「常識性」概念，應給予適時、適切的「澄清」，或者是直接給予明確的定義：「在醫學上，陽性就是得病，這樣跟他說就可以了」

【interview-920528-T01,p.6】。T01 主張，當學習者他的舊經驗所構成的知識，跟系統化的知識連接不起來的時候，就直接告訴他答案，不需要拐彎抹角，浪費教學的時間。

(二) 鷹架教學策略實施成效

1. 教學者與學習者事前的備課，可避免語義推敲過程中，忽略關係語句的相關屬性，概念、定義的理解，有助於解題活動中分析題意的脈絡關係

學習者「先備條件」不足，在對「統計」概念還是懵懂無知的情況下，對於教科書「統計」概念文字的敘述冗長，又無條列式標題，會產生語義組織上的困擾，學習者無法掌握脈落重點；此外，對於教科書的習題，當語義模糊或與例題無法對應時，在不求甚解的情況下，學習者就無「思考路徑」可循，造成解題過程的障礙【Class-920521,pp.30-31】。

因此，無論教學者與學習者，事前的備課都是相當重要的，畢竟在眾人面前思考題意，與課前預習思考題意，感受到的壓力不同，特別是針對教學者而言，題意釐清，自然就可以避免解題過程中，關係語句相關屬性的遺漏，或細目轉變的錯誤【Class-920402,pp.24-26】。

此外，《統計學》解題活動實施前，學習者對於概念、定義應該要有概括的認識，瞭解定義、公式使用的條件、時機，以便在分析題意時，找出已知條件與未知條件，再就解題目標套入相關公式，如果概念、定義不瞭解，解題過程中，「套公式」，不經思考過程的狀況就會出現，對「統計」概念的理解是沒有幫助的【Class-920402,pp.8-11】。

2. 《統計學》本來就是一種邏輯思維的程序，解題過程中，由唸題目、分析題意，鼓勵學習者主動參與，課堂「討論」有助於促進學習者思考，透過思考以釐清題意

《統計學》應用題，題目冗長，教學者建議學習者將題目唸出來，並鼓勵學習者以自己的意思進行表達，這種「放聲思考」的方式除了有助於教學者或有能力同儕，針對學習者錯誤的認知給予糾正的機會，並且使學習者透過思考的過程，釐清題意。

習題 4.25 或 4.28 解題的過程，雖然「耗」去許多教學時間，影響課輔教學

進度，但是教學者（T02）對於這種「討論」卻持正面肯定的意見：「我是覺得題目本身 讓大家去做一個討論，最後才把結果呈現出來，老師主要站在旁邊提示 一個方向，讓學生自己去想，大家表現的還不錯」【interview-920402-T02,p.1】但是，學習者對於 T02 的專業素養卻產生某種程度的懷疑 - 解不出來，T02 在研究者委婉轉述後並不以為意，他認為：「這應該是很正常的，這種東西並不是說你完全不會的人來接觸還是不會，它是可以思考的，它是一個方向而已，就算沒有先前的基礎，還是可以來做分析」【interview-920409-T02,p.3】T02 認為，「統計」本來就是一種思維的程序，他鼓勵學習者參與思考的過程，提出自己的意見，在數理課程中，解題解不出來並不是一件丟臉的事，特別是對教學者而言。

鷹架教學 情境	鷹架教學 策略之應用	鷹架教學 實施成效
T02：好，我們來思考這個樹形圖，這樣合不合理，如果其結果為陽性，則患病率達 90%，跟他知道他已經生病，他是檢查出陽性，這樣子有一樣嗎？有點倒過來，題目告訴你說，他的結果是陽性，檢查出陽性應該是有病，可是儀器可能是對是錯，你以這個想法來想，他本身病患 去檢查有病 90%，檢查出沒病有 10%，這樣子有沒有一樣	直接教學	自我中心語言 0.05 病 < 陽性0.9 陰性0.1
S13：這樣子好像是說有病的人裡面，檢查出陽性是這樣	討論	0.95 無病 < 陽性0.01 陰性0.99 「樹狀」圖示有助釐清題意
T02：對啊，好像是不太一樣，所以我說這個樹狀圖好像有點問題		學習者以「常識性」概念回應協助 教學者仍陷入語義解釋的渾沌之中

【Class-920409,p.10】

三、「思維路徑」的分析與應用

蘇國樑（2003b）強調：「學習統計的重點在學習統計思維（p.49）。」T02 也認為：「統計思維其實就是思考的一種方法，利用數學的方法把思考的方式解釋出來而已」【Class-920402,p.20】。

然而，成人學習者普遍畏懼數理，對於教學者所謂「思維」無法深刻體會，

S04 表示：「那種思考的模式我害怕它跑出來，這也是我在學習數理的盲點和困擾」【interview-920605, pp.3-4】。「思維」一般係由問題所引起，在學習過程中，當教學者或學習者遇到困難，或發生矛盾時，「思維」就開始進行，隨者問題的不斷展開，「思維」就不斷深入，當問題解決，思維的活動也就告一段落。因此，「思維」的具體過程，實際上就是不斷發現問題、解決問題的過程。S04 畏懼「問題」、畏懼「思維」、畏懼「統計」，可見一般【學習者「思維路徑」訪談意見參見附錄十二，表 12-3】。

在第三次課輔教學活動中，師生對於習題 4.28 有關題意、解題的方式（條件機率或貝氏定理）有相當長時間的「討論」，學習者在下課時提到：「我們不懂老師的『思考路徑』」【perspective-920409, p.3】。解題首先就是要了解、分析題意，進而架構出層次，導入公式、算出答案，因此它重視的是概念的邏輯、分析與理解的過程，這也就是學習者所提的「思考路徑」。

空大學生大部分都是二十歲以上、步入社會的成年人，在生理、心理的發展都已經成熟的情況下，解題過程中，到底老師是怎麼想的？思維可不可能學的會？思維的路徑有沒有可能藉由師生或同儕的互動趨於一致？學習者甚至能夠透過「思維」的教導而達到「潛移默化」的效果，這是本研究關心的重要議題，也是學習過程中發現的有趣現象。以下就教學者在《統計學》概念理解歷程中，「思維路徑」引導的教學情境、鷹架教學策略的應用與教學實施成效，列舉分析說明如下：

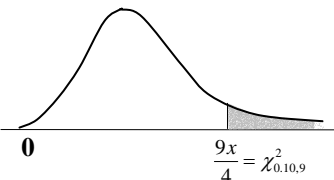
（一）學習者「思維路徑」引導與鷹架教學策略的應用

為了解學習者的「思維路徑」，主要是以「教學者鷹架」為主，其具體策略包括「示範」、「提問」，輔以「提示」、「指引」策略的應用，「同儕鷹架」策略中，「教學工具的使用」有助於解題步驟的內化與驗證解題目標，「練習」、「澄清」與「回饋」策略的應用，視學習者理解情況彈性運用。

1. 「示範」解題過程中，將題目分解成部分，將過程分解成階段，配合圖示「教學工具的使用」，以解說意義，有助於學習者將解題的步驟「內化」成為概念知識

問題	
一組大小為 $n=10$ 的隨機樣本來自變異數 $\sigma^2 = 4$ 的常態母體。求 x 值，使得 a. $P(\frac{9s^2}{4} \leq x) = 0.01$ b. $P(s^2 < X) = 0.90$	
重述問題已知條件	重述問題解題目標
$n=10$; $\sigma^2 = 4$ a. $P(\frac{9s^2}{4} \leq x) = 0.01$ b. $P(s^2 < X) = 0.90$	求 x 值

T02 在例題 7.11 的解題過程中，首先將題目分解成部分，包括重述問題的已知條件，確認解題的目標；並將過程分解成階段，由唸題目、分析題意，將數值帶入公式，經過標準化的過程、查表，配合圖示解說意義，一系列解題的過程，試圖使學習者將解題的步驟「內化」成為概念，經過反覆的練習後成為知識。

鷹架教學情境	鷹架教學策略之應用	鷹架教學實施成效
T02： 例題 7.11， 它說給你一個樣本大小 $n=10$ ，然後隨機樣本變異數 $\sigma^2 = 4$ 的常態母體要求 x （思考） 我們來看這一個，相對的，它 s^2 是在之前就已經算出來，是在定理 7.3，他現在想要求什麼？他要求一個 x 值使得 $P(\frac{9s^2}{4} \leq x) = 0.01$ 它其實裡面是由 normal 去組成的東西，對不對，這個東西我們是可以算出來的，他經過這個轉換會變成一個 Chi-square，這蠻重要的觀念	示範 提示 指引	例題解題過程 1. 唸題目 2. 釐清題意，引用定理 7.3 公式 數值帶入公式 3. 轉化的概念（標準化的過程）
T02： <u>經過這個轉型後我變成一個 Chi-square 會大於，一樣嘛，是 $(n-1)$，3，這邊是不是跟著變了，我就可以利用查這個表</u>	示範	4. 查表
T02： 把 x 做一個移向就可以把 x 找出來，就會等於這一個 $x = (\frac{4}{9})(14.6837) = 6.526$ ，這就是答案，就是說這一個位置	演算 工具使用	5. 解題完成 6. 配合圖示說明 

【Class-920507,pp.8-9】

2. 有能力同儕應用圖表「教學工具的使用」, 解釋定理、公式的意義, 具系統化思維功能

第三階段「同儕鷹架」互惠式教學策略中, 由學習者輪流擔任教學者, S10 提供適切的「工具 表格」, 應用教科書表 9.6 「變異數分析公式表」, 以習題 9.29 的實例數值, 解釋各個欄位之間的相關, 方法帶入算式簡潔易懂, 幫助學習者思考「一因子變異數分析」中複雜的觀念, 從變異源經過處理與誤差的程序後, 自由度、平方和與均方和之間的關係, F 值大小的計算; 許多學習者雖然不太了解「單因子變異數分析」的定義, 但是對於 S10 以表格形式彙總的 ANOVA table 印象深刻, 如果以歷年考古題的題型來看, ANOVA table 可以說是重點, 學習者努力的抄寫, 顯然都聽進去了【perspective-920605】。

變異源	自由度	平方和	均方和	F
處理	6 (p-1)	16.9	3.886 (SST)	3.4083
誤差	4.35 (n-p)	28.3	0.80857 (SSE)	(MSE)
總和	41 (n-1)	45		

資料來源：蘇國樑 (2003a, p.344)

鷹架教學 情境	鷹架教學 策略之應用	鷹架教學 實施成效
S10：因為這個比較簡單，也比較好記憶，我想這個東西比較好記... 平方和除以自由度為均方和... 自由度的總和係處理差距與誤差差距... 處理均方和乘以誤差均方和等於 F 值 簡潔易懂「這個算法比較簡單一點」...	教學工具使用 提供解釋	S10 將公式化繁為簡, 並參考教科書以表格呈現, 簡潔易懂 S10 再以「同儕語言」, 並以實例數值代入公式演算, 學習者印象深刻

【Class-920605, p.19】

3. 「圖示」的概念由生活經驗出發, 容易望文生義, 有助於學習者多重感官學習, 並培養學習者「系統化」思維

系統化是與比較、分類、抽象、概括、具體化等思維方法密切聯繫的。為了瞭解數字的特性與結構，第一次課輔教學第一個圖示的概念是「枝葉圖」。枝葉顧名思義就是枝幹與樹葉，可以就資料中的觀察值或數值的特性列表，將枝幹的數值由小至大寫成一直行，再將樹葉填入對應的枝幹，以看出資料集的內在關係，並可以保留數值資料的原始面貌。由於枝幹的概念由生活經驗出發，容易望文生義，而且圖示的結果清晰可見，有助於學習者多重感官學習與「系統化」的思維方法，能夠引起學習者興趣，並引發師生互動。

鷹架教學 情境	鷹架教學 策略之應用	鷹架教學 實施成效																				
<p>T02：說真的，<u>枝葉</u>真的不難劃，它有什麼特性？這才是重點。第一個你可以知道說它大部分的數字是集中在那邊。第二個特性呢？<u>所有資料的原始全部都被我保留。</u></p> <p>S05：老師，如果是一樣的呢？</p> <p>T02：一樣就排列。比如說 82、82。</p> <p>S05：那如果..（？）</p> <p>T02：就是 69 後面再一個 9。只是說如果不一樣的小的要把它排在左邊。</p> <p>S05：還是要把它排在（？）</p> <p>T02：對，因為它主要可以看出集中在那邊。它的特性就是說，你看到這個圖，你還是可以知道它的原始資料，這就是枝葉圖的很大的優點。</p>	<p>直接教學</p> <p>提示</p> <p>學習者提問 引發一對一鷹架</p>	<p>【枝葉圖】</p> <table style="border-collapse: collapse; margin-left: 20px;"> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding-right: 5px;">枝</td> <td style="padding-left: 5px;">葉</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding-right: 5px;">5</td> <td style="padding-left: 5px;">2 6 9</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding-right: 5px;">6</td> <td style="padding-left: 5px;">0 5 5 5 6 8 9 9</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding-right: 5px;">7</td> <td style="padding-left: 5px;">1 1 2 2 4 5 5 7 7 8..</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding-right: 5px;">8</td> <td style="padding-left: 5px;">0 0 1 2 2 2 4 5 8</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding-right: 5px;">9</td> <td style="padding-left: 5px;">0 2 4 5 5 6 7 9</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding-right: 5px;">10</td> <td style="padding-left: 5px;">1 5 5 6</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding-right: 5px;">11</td> <td style="padding-left: 5px;">1 3 7</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding-right: 5px;">12</td> <td style="padding-left: 5px;"></td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding-right: 5px;">13</td> <td style="padding-left: 5px;">2 5 5</td> </tr> </table> <p>學習者能夠一目了然，代表已經融入了教學內容，並能提出相關問題，產生一對一鷹架。</p>	枝	葉	5	2 6 9	6	0 5 5 5 6 8 9 9	7	1 1 2 2 4 5 5 7 7 8..	8	0 0 1 2 2 2 4 5 8	9	0 2 4 5 5 6 7 9	10	1 5 5 6	11	1 3 7	12		13	2 5 5
枝	葉																					
5	2 6 9																					
6	0 5 5 5 6 8 9 9																					
7	1 1 2 2 4 5 5 7 7 8..																					
8	0 0 1 2 2 2 4 5 8																					
9	0 2 4 5 5 6 7 9																					
10	1 5 5 6																					
11	1 3 7																					
12																						
13	2 5 5																					

【Class-920326,p.9】

4. 「示範」解題過程中，成人學習者的個別「提問」，引發「一對一鷹架」

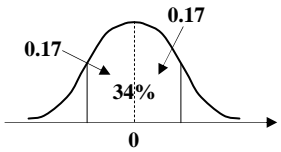
T02 運用「圖示」，說明「枝葉圖」的意義與功能，學習者能以日常生活的概念聯想到「枝」、「葉」的特性，應用在「統計」數字呈現的意義，藉由教科書的例題，瞭解「枝葉圖」的呈現形式；由於學習者並未直接參與「練習」，S05 的個別「提問」，引發「一對一的鷹架」，教學者能夠針對學習者的問題給予個別的回應【Class-920326,p.9】。

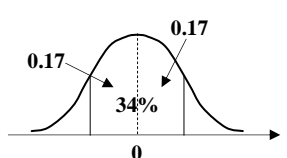
5. 「示範」解題過程中，輔以「提示」、「指引」教學策略的應用，有課前預習的學習者會比較「有感覺」

在以「分析」思維解題的過程中，T02的「示範」，輔以「提示」、「指引」與「工具使用」(圖示)教學策略的應用，以加深學習者印象，並將解題步驟內化為知識。例題的「示範」過程中，學習者有教科書對照，比較容易進入狀況，對於有預習的學習者而言，也會比較「有感覺」【interview-920521-S10,p.1】；但是，對於沒有課前預習，或是習題的演算，部分學習者就只能專心抄錄，過程中沒有經過「思考」的過程，S04感概的說：「對當下還不是很清楚，我需要時間去思考，『慢慢來』就比較能改變態度」【interview-920514,pp.1-2】。

6. 「示範」解題過程中，教學者採「提問」方式引發教室互動，演算時刺激學習者回饋，最後藉由「教學工具使用(圖示)」驗證解題目標

為了避免「示範」過程中，教學者的「直接教學」，無法反應出學習者的「思維」是否與教學者同步，T02採「提問」方式引發教室互動，學習者對於演算的過程，能夠產生「回饋」，最後T02再回到「圖示」驗證解題目標，使得解題過程更加完整。整體而言，教學者以標準化的過程為先備條件，訓練學習者反向思維，強調問題理解與融會貫通的重要性。

鷹架教學 情境	鷹架教學 策略之應用	鷹架教學 實施成效
<p>T02：(習題) 6.9 這個比較難了一點，我大概說一下，它說全體畢業生起薪的最高5%之內，其最低起薪應該是多少？</p> <p>平均數標準差他告訴你了，他告訴你說高於起薪內分配最高的5%，</p> <p>假設分配一定是這樣子，高的人比較少低的人也比較少，然後大部分都集中在中間，</p> <p>那他現在意思就是說你要先找到這個z啊，它本來的平均是多少？</p> <p>S04：36000。</p>	<p>練習</p> <p>提示</p> <p>示範</p> <p>工具使用</p> <p>提問已引起互動</p>	<p>習題 6.9</p> <p>唸題目(佈題)</p> <p>解釋並釐清題意</p> <p>配合圖示說明題意</p>  <p>解題過程</p>

<p>T02 : 36000 換句話說, 假設他原來是 x, x 減掉 36000 再除以他的標準差是多少? 2000 塊, 這個才是 z 分數</p> <p>(公式 $z = \frac{x - \mu}{\sigma} = \frac{x - 36000}{2000}$),</p> <p>所以如果我去查表, 反查, 我剛才是從找 z 然後再查出機率, 現在我要從機率反查出來 這一個 x 才是我真正要的答案, 要還原回去 0.05 我應該查什麼?</p> <p>S11 : 0.5 減掉 0.05。</p> <p>T02 : 對, 沒錯 0.5 減掉 0.05, 才是我要查的, 0.495 大概在哪邊?</p> <p>Ss : (大家紛紛回答)</p>	<p>S04 回饋 示範</p> <p>提示</p> <p>提問</p> <p>S11 回饋 肯定 教學工具使用 回饋</p>	<p>$\frac{x - 36000}{2000} : z(1.645)$</p> <p>$x - 36000.1.645 \times 2000$</p> <p>$P(\frac{x - 36000}{2000}) > 1.645$</p> <p>$P(x)$</p> <p>利用圖示說明機率的面積反查表的過程 先有標準化的概念才能談反標準化的概念 圖示的運用映證解題目標</p> 
--	---	---

【Class-920416, pp. 8-10】

7. 學習者上台「練習」前, T02 會就題意先行「提示」或「指引」, 以確認解題的路徑; 學習者上台「練習」時, 會以直觀的方式推估「數值」, 省略公式的步驟, 也能得到答案

第四次課輔教學活動中, 教學者(T02)針對部分習題, 要求學習者上台「練習」, 做為即將舉行「期中考」前的總複習。上台「練習」前, T02 會就題意先行「提示」, 以確認解題的路徑, 若學習者無適當回應時, 再給予「指引」, 以刺激學習者思考。

鷹架教學 情境	鷹架教學 策略之應用	鷹架教學 實施成效
<p>T02 :(習題 5.16) 這是甚麼分配, 看一下題目, 銷售員在每個禮拜要跟四個客戶接洽, 結果不是成交就是不買, 應該是甚麼? 只有兩種選擇所以是二項式, P 就是成功, 成交機率 0.2, 不買就是 0.8, 客戶之間都是獨立的, 你把它機率分配寫出來就可以了</p>	<p>練習 提問 提示 指引</p>	<p>唸題目 釐清題意</p> <p>將條件帶入數值</p> <p>交由學習者 S04 練習</p>

【Class-920416, p. 25】

習題 4.28 當教學者與學習者因「關係語句」在轉譯過程中，忽略重要數值而未自知，以至於陷入解題的困境，S04 以直觀的思維路徑推估「數值」學生人數，反推回去相關的比例，一般我們稱之為「驗算」反推的過程，也能得到答案，雖然沒有「標準化」的演算程序，但是能以數值的合理性推估，也是成人學習者遇到問題瓶頸不得已的應變方式。

鷹架教學 情境	鷹架教學 策略之應用	鷹架教學 實施成效
S04：我是把它推斷說男生有 400 個人，然後女生是 600 個，但是 0.15 是全部女生要考的應屆 90 個人，那 90 個人，這裡面是 0.15，應屆 1000 乘以 0.2 乘以 200，那 200 減掉這個，這就是男生全部的部分。 T02：對。 S04：但是我代公式就不知道怎麼去代。但是就等於除以 1000 T02：對，其實沒錯。	練習 肯定 回饋	S04 坦承使用「數字推斷」的方式，過程雖然有問題，但答案是正確的 直接以數值代入「推出」或「比較」出答案，在數理課程的選擇題評量中，或許有些人有這經驗 S04 真正的問題在於不懂公式，也不願去思考

【Class-920402, p. 27】

8. 公式的推導過程以「澄清」、「示範」的方式進行，有助於統計觀念的理解；將新知識和舊知識以公式推導的方式進行比較，以釐清彼此的脈絡關係，以分類方式區辨相關公式，有助於學習者的理解與記憶

成年人「畏懼」數學，對於數學符號的推演更是避之唯恐不及，T02 觀察到大多數學習者在公式推演的過程中，所顯示的不安與渾沌，T02 強調：「我覺得我講出來反而會增加它們的恐懼，公式導出來的過程很複雜，而且是要用積分的，還不是很簡單的積分」【interview-920416-T02, p. 4】。因此，使用的教學策略更有其重要性與必要性。

由於公式的產生係許多符號所構成的意義，理解符號所產生的意義將有助於記憶，在期望值與變異數公式的講解過程中，教學者首先以「澄清」的方式區辨 x 與 \bar{x} 觀念的差異，再以「示範」的形式演練公式的推導過程，當下或許了解，但是擔心出了教室就忘記了，「專心抄錄」成為公式推導過程的重要現象。

T02 建議要以簡單的式子呈現思考的過程：「我覺得自己用想的一下子就寫出答案，問題是你要把過程寫出來讓大家去解，我不能直接（解題），沒有把思考的過程寫下來」【interview-920402-T02,p.5】從 S13 的受訪意見中了解：「公式很多，老師將公式予以分解，以利記憶，對我們幫助很大」【Email-920416-S13,p.1】。

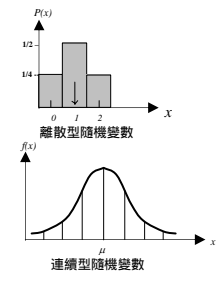
在學習者 S13 主動上台演練習題 7.2 後，T02 除了給予肯定外，並就 $E(x)$ 、 $E(\bar{x})$ 、 $V(x)$ 與 $V(\bar{x})$ 等期望值與變異數公式進行彙總，將四個公式彼此間的相關，以推導的方式進行比較，屬於舊概念與新知識間的比較，以釐清彼此間的脈絡關係，促進學習者理解。

鷹架教學 情境	鷹架教學 策略之應用	鷹架教學 實施成效
<p>T02：上次是不是背 $E(x)$？可是現在是 \bar{x} 喔，是不一樣的，可是你看 $E(x)$ 跟 \bar{x} 竟然都是 np 耶，所以換句話說 $E(x)$ 本身也是 np 的一個估計量，也是不偏的嘛，變異數 \bar{x} 的話其實就是等於我們剛才講過了是 $(\frac{\sigma}{\sqrt{n}})^2$，哪這個 σ 的話就是 npq，根號平方之後，剩下 n，消掉之後剩下 pq，所以換句話說，變異數 \bar{x} 就是 $p \times q$，這個 q 就是 1.7 的意思喔，q 就是這個成功這個就是不成功的機率，你如果覺得 v 這個地方還不是很熟的話，用這樣子也可以，它每一個上面都是變成加了 n 個嘛。</p>	<p>澄清 示範 直接教學</p>	<p>T02 在解習題 7.2 前，藉由公式的導出過程，比較公式間 $E(\bar{x})$ 與 $V(\bar{x})$ 的區別 藉由白板的解說學習者專心的抄寫，有助於事後溫習的回憶，重回現場情境</p>
<p>T02：那我知道 σ^2 就是剛好 npq，其實都是一樣的，我順便把這個證明都用出來，這個是因為剛才我們已經說 $\sigma_{\bar{x}}$ 其實是 $\frac{1}{\sqrt{n}}$ 嘛！ 計算式 $E(\bar{x}) = \mu = np$ $V(\bar{x}) = (\sigma_{\bar{x}})^2 = (\frac{\sigma}{\sqrt{n}})^2 = \frac{npq}{n} = pq$</p>	<p>示範</p>	<p>T02 提供另一個方法，對成年人是否有幫助，還是容易產生混淆</p>

【Class-920430, pp. 17-18】

有關公式的記憶，教學者認為：「我覺得這其實要看記憶者他是不是有自己一套記憶的方法，如果說我要用聯想，那就是一種觀念，每一種「分配」其實都是獨立，彼此之間沒有什麼關聯，這種幾乎比較少用聯想」

【interview-920416-T02, p.4】！但是，T02 在第八章、第九章的講解時也強調：「後面會有許多公式記憶，每個都有相關性，你去了解之後，比較容易(融會貫通)」【interview-920423-T02, p.5】這兩者的差異在前後的概念，第一至第六章的公式彼此獨立，比較少用聯想，第八、九章的公式前後關聯、相互比較，對公式的記憶有幫助。S11 也有如下的意見：「後面講的也都跟前面差不多，我覺得講到後面的話，就不需要再重複那麼多，它只是公式的變化而已，(步驟都一樣)對」【interview-920605-S11, p.1】。

鷹架教學 情境	鷹架教學 策略之應用	鷹架教學 實施成效
<p>T02：第一個背他是甚麼分配，第二個背他的 $E(x)$，就是他的平均的意思。就背這兩個就好。</p> <p>T02：所以你看 dinomia，就是二項式分配，二項式分配你看他 $E(x)$ 是不是等於他的平均數？variance 就是變異數，他再開個跟號就是標準差了。(公式) 怎麼導出來？當然可以，可是我們不導，因為是很數學的東西。我們要有個觀念喔，所有機率的總和是 1，所有的分配，負無限大到無限大，這是離散型的，可能是從 0 開始到無限大。如果是連續型的，就要用積分，所以你說要不要學微積分？還是要。那目前我們教到都不會用到微積分，你就把他背起來。</p>	<p>直接教學</p> <p>示範</p> <p>教學工具使用</p>	<p>用基本的兩個公式來推演其他公式，方法正確，值得學習，但並未將這兩個公式分析透徹，無助於理解</p> <p>以圖示說明離散型與連續型公式的區別</p> 

【Class-920409, p.21】

9. 以「同理心」的自身學習經驗，採「直接教學」的方式，配合公式的應用，引發學習者的注意與「回饋」

分類是從比較衍生出來的思維方式，根據事物的共同性或差異性，透過分

析、比較進行分類。T02 以大學時代的學習經驗，提出公式中 n 與 $n-1$ 之意義， n 使用在母體變異數、標準差的公式； $n-1$ 使用在樣本平均數變異數與標準差的公式， $n-1$ 的目的在於修正偏差，淺顯易懂的觀念。

鷹架教學 情境	鷹架教學 策略之應用	鷹架教學 實施成效
T02: $n-1$ 為甚麼是 $n-1$? 而不是 n ? 這涉及到統計的推理的東西，假如我用 n 會產生偏差，如果我用 $n-1$ 會修正回來，就有不偏性，減 1 很重要，常常我在大學搞不清楚，老師也不知道減 1 是怎麼來的。	直接教學	變異數與標準差的公式， n 與 $n-1$ 在公式中所代表的意義
S10: 請問一下，剛才說「 \bar{x} 」是樣本的平均數， μ 是母體的平均數，那是不是在母體的平均數就用 n ，在這樣的平均數就用 $n-1$?	S10 回饋	教學者以自身經驗，以深入淺出的方式解釋樣本與母體變異數、標準差的區別，學習者頗能聚精會神，並引起不錯的回應。
T02: 對，完全正確，在母體他平均告訴你了，這是確定的東西，在樣本「 \bar{x} 」是估計的東西，所以要 $n-1$ 才會產生不偏。	讚美與鼓勵 回饋	總結 n 與 $n-1$ 使用時機

【Class-920326, p.20】

10. 以「直接教學」、「示範」策略將事物的共同屬性抽取出來，再將抽象出來的事物的共同屬性聯合起來，最後將理論運用於實際的解題過程

T02 在第六次課輔時，先以教科書圖示的方式解釋「不偏性與最小變異」，由抽樣分配中，樣本的不偏性與母體間的差異，再與變異數大小進行比較，這種屬於將各個事物的共同屬性抽取出來的考察思維；例題 7.3 實際演練，目的在強化「不偏性與最小變異」的觀念，對於題目中「不偏統計量」與「偏誤統計量」的性質，再以定義 7.8 說明，試圖將事物的共同屬性聯合起來考察，屬於概括思維，解釋清楚後進行具體事例的演練。由以上解題的思維模式，可以理解抽象與概括兩者間的關係密切、不可分割；抽象是概括的基礎，沒有抽象就無從概括，概括是抽象的發展，沒有概括，抽象就失去意義。

鷹架教學 情境	鷹架教學 策略之應用	鷹架教學 實施成效
<p>T02：如果一個分配是這樣子，一樣是不偏的喔，一樣是在這裡，落在這裡，可是它的變異數就比較大</p> <p>T02：那同樣的如果另外一個分配比較集中，它的變異數在這裡，同樣的不偏裡面它又越集中的話，這樣的統計量越是好，這就是我們說我們在尋找不偏而且變異數<u>最小</u>，統計的整個估計的就從這邊開始，因為我們當然是要找到那個最佳化的東西</p> <p>T02： 例題 7.3，它現在要證明什麼叫不偏統計量，我們先來定義什麼叫不偏，請看到定義 7.8 你用個式子就可以來代替這句，<u>這個期望值有點像是加權平均的意思</u>，我們知道期望值是它的個數去乘於他的機率的總和嘛，</p> <p>T02：...第一個要我們設 \bar{x} 是 μ 不偏統計量，還有證明 m 這個是中位數，是 μ 的偏誤統計量，一個是不偏一個是偏誤的，<u>你要使它不偏，我只要給你它的期望值會剛好會等於 μ</u></p>	<p>直接教學</p> <p>直接教學 示範</p> <p>提供類比</p> <p>示範</p>	<p>解題前的過程</p> <p>1. 以圖示的概念說明不偏性與最小變異</p> <p>2. 以例題協助學習者理解</p> <p>3. 以定義 7.8 說明不偏統計量的意義</p> <p>$E(\bar{x}) = \mu$，並回顧期望值類比加權平均的概念</p> <p>4. 確認解題目標</p> <p>5. 進行解題</p>

【Class-920430, pp.4-5】

(二) 鷹架教學策略實施成效

1. 有能力同儕「內化」教科書知識，以「同儕語言」表達，得到大部分師生肯定的評價

由於許多概念已經經過 S10 內化成為自己的語言，學習者不必跟著教科書冗長的文字敘述，思考「ANOVA table」欄位間的關聯性，S10 成功扮演教學者的角色，以「系統化」的思維，引導其他同儕進行解題的過程。T02 首先肯定表格的應用，並且對於 S10 擔任教學者給予正面的評價：「你不知道的話，不能算是你真正的了解，她這方面可能是她自己進修，我面授也有講過」

【interview-920605,pp.1-2】。S12 也認為：「其實也不是說她們（S10、S11）的思考邏輯能夠接受，是說她們思考的一些方式去做一些表達，所用的一些語言方面，我們感覺就是很白話去把它帶出來」【Interview-920430,pp.2-3】。S10 能夠運用面授教師所提的學習方法，引導學習者「系統化」的思維，並以「同儕語言」表達出來，幫助學習者理解複雜的概念。

2. 解題過程「由因導果」，從「已知」看「可知」，逐步推向「未知」，教學者試圖活化學習者的理解程度，具「鷹架」的效果

再由綜合到分析的思維方法來看，了解「常態分配」的標準化的過程後，習題 6.9 為反標準化過程的演練【Class-920416,pp.8-10】，T02 原本希望學習者上台練習，但題目本身涉及反標準化的過程，恐非仿效例題，「套公式」就可以算出答案。教學者在藉由圖示與「提示」確認解題目標，使學習者明確知道標準化與反標準化間的差異；解題過程「由因導果」，從「已知」看「可知」，逐步推向「未知」，教學者試圖活化學習者的理解程度，具有鷹架的效果。

3. 有能力同儕的「思維路徑」係自我鷹架的過程

S10 對於「思維的路徑」一直存有疑問，甚至完全抓不住教學者（T02）的思考模式，在缺乏學習資源的情況下，只有依賴教科書，參考教科書的例題，了解它使用的公式，藉由題目透露的訊息了解公式應用的環境【Interview-920430,pp.2-3】。S10 強調：「老師給我們的東西，我認為那是老師的，我自己要再重新做過，那才是我的，我自己看完後，我會重新整理，一種系統性的歸類」【Interview-920521-S10,p.2】。顯然 S10 比較相信自己的「思維路徑」，相關的概念只有透過自己的「思考」過程，才能「內化」成為知識。

S11 的課後訪談，並未主動提及解題過程中明顯的「思維路徑」。她有課前預習，跟著電視教學節目「走一遍」，再將自己的作業翻開，遇到問題就請教老師，從每一次課輔活動，課前或課中，都可以看到或聽到 S11 與老師討論課業疑難，若從旁觀察，她的「思維路徑」受到教學節目呈現內容與脈絡的影響，依循「標準化」的解題模式，進行解題的過程，至於沒有解答過程的習題，她

寧願不要浪費時間，因為不知道自己答對或答錯，也就省略所謂的「思考過程」。

4. 「自我中心語言」係解釋思維路徑的一種方式，有助於刺激思考邏輯的產生，解題過程中，遇到挫折或瓶頸，會回到原點重新思考，屬於不斷「嘗試」的過程；當教學者對解題過程充滿不確定性，以「自我中心語言」的「放聲思考(thinking aloud)」對於思維路徑的引導可能產生負面的影響

教學者在「示範」解題的過程中，會使用「自我中心語言」(或稱自言自語)，首先將題目拆開，考慮彼此間的關係、脈絡，再行分段組合。「自我中心語言」係解釋思維路徑的一種方式，也是 T02 在課輔教學活動中常常使用的方式。當教學者對例題未事先演練、對習題不是很清楚時，在解題過程中，他會從唸題目、分析題意、公式引用、數值演算與紀錄結果等解題步驟逐一進行，遇到挫折或瓶頸會回到原點，重新思考。解題過程中的「自我中心語言」屬於一種思考的工具，有助於刺激思考邏輯的產生，自己提問題給自己，然後找出一個合理的解釋，當你找不出合理的解釋，就代表一定有問題【interview-920423-T02,p.1】。換言之，看到問題一定先去分析，再去尋求答案，分析的過程不會那麼單純；分析結束後接下來就是嘗試的過程：「當題意不清時，猜一下，run、run 到最後一個合理的解答方法」【interview-920409-T02,p.7】。如果可行，再去思考如何回應問題；如果不可行，就必須另起爐灶，重新思考。

有關思考的訓練，T02 強調在第三次課輔活動時已經有了一個很好的「發動」，他希望將自己揣摩而來的解題方法與學習者分享【interview-920423-T02,p.1】，這也就是鷹架教學「放聲思考」的過程，學習者如果能夠「揣摩」到教學者的用意，理解解題的路徑，「思考路徑」的引導就是成功的。由於事先沒有演練，當下對於題意的脈絡無法迅速釐清，加上學習者主動以「常識性」的觀念提供意見，使得課堂的「討論」意見紛雜，學習者會有師生「思考路徑」不一致的情況；即使 T02 想藉由圖示協助理解題意的脈絡，但師生課後對於解題的活動並未持肯定的態度。

四、「概念形成」的分析與應用

「概念形成」是一個創造性的過程，亦是一種目標導向的過程，透過符號的仲介，是為通向最終目標的各個步驟進行服務的一系列操作（Vygotsky,1961,pp.55-56）。從建構主義的觀點來看概念的形，強調學習者必須先了解自己的概念，進而評估這些概念，而後決定是否要重建這些概念，一旦決定重建，則須重新檢視並重整原有概念的相關看法，使其達到一致性（Gunstone & Mitchell,1997,p.134）。

本研究「概念形成」的評量包括學習過程中的形成性評量，與自編成就測驗的總結性評量。以下就教學者在《統計學》概念理解歷程中，「概念形成」評量的教學情境、鷹架策略的應用與教學實施成效，列舉分析說明如下：

（一）學習者「概念形成」評量與鷹架教學策略的應用

「概念形成」評量過程中，主要是以「教學者鷹架」與「同儕鷹架」教學策略的綜合應用。

1. 前測與後測的實施會使用較多的「提問」、「回饋」策略，過程中會輔以「提示」、「指引」與「讚美鼓勵」等非消極性語言，以緩和學習者的緊張情緒；後測實施過程中，「示範」、「澄清」、「嘗試錯誤」策略的應用有其必要性，以加深學習者學習印象

「形成性評量」前測的實施，教學者除了紙筆測驗外，會使用較多的「提問」策略，為了緩和學習者的不安情緒，「提問」過程中，會輔以「提示」、「指引」與「讚美鼓勵」等非消極性的語言，即使學習者答非所問，也不會覺得尷尬，或是尊嚴受到嚴重的打擊；此外，T02 會針對學習者概念理解或解題過程中所發現的問題，給予「回饋」，並做彙總（「直接教學」、「示範」、「澄清」；同時，對於師生互動過程中，「嘗試錯誤」策略的應用，可以加深學習者學習印象（如表 4-2-1 所示）。

表 4-2-1 「概念形成」評量教學策略應用分析表

評量的種類		鷹架教學策略
形成性評量	前測	提問、回饋、提示、指引、讚美鼓勵
	後測	提問、回饋、練習、提示、指引、澄清、讚美鼓勵、嘗試錯誤
總結性評量	期中考	提問、回饋、練習、澄清、讚美鼓勵
	模擬考	提問、指引、澄清、回饋、讚美鼓勵、提供解釋、口語斡旋、工具使用
	期末考	無

2. 自編成就測驗的解題過程，由教學者「提問」，指定學習者「回饋」，或上台「練習」解題，並給予「鼓勵」；「模擬考」的試題討論，藉由「同儕鷹架」互惠式教學的實施，學習者會「提出解釋」，提供「口語斡旋」，並善用有關「教學工具」 圖示、表格

以第五次課輔教學活動「期中考」試題的討論過程為例，由教學者「提問」，並指定學習者五位（S01、S04、S11、S12 與 S13）「回饋」，或上台「練習」解題，並給予「鼓勵」，對於學習者有關「統計問題的四個要件」、「均勻分配」，因為課輔過程中著墨較低，T02 對於學習者的回應給予「澄清」與「直接教學」；「模擬考」的試題討論，由學習者擔任教學者，四位同學輪流針對問答題、計算題進行解答，平均每一位同學都有一至二題上台「練習」或「提問」、「回饋」的機會，研究者扮演引導者的角色，解題過程中會給予「提示」、「指引」T02 於課輔活動中強調的思維路徑或圖示意義；在學習者方面，由於「同儕鷹架」互惠式教學的實施，學習者會就概念、定義的意義「提出解釋」，若有疑義，同儕會主動提供「口語斡旋」，有關「教學工具使用」是有（S12），但頻率較低，至於「分享類比或譬喻」，在「模擬考」試題討論中並未出現，研究者的解釋是時間的因素，加上沒有適當的機會，學習者比較不容易在有限的時間「思考」概念的「類比」意義。

3. 「教學者鷹架」的引導，會視實際情況給予學習者「提問」、「提示」、「澄清」與「鼓勵」，並由學習者的「回饋」中，捕捉「同儕鷹架」策略的實施

最後一次課輔教學，針對模擬考試題有關「觀察顯著水準 $P-values$ 」的意義，研究者擔任引導者的角色，首先由 S12 就教科書定義 8.4 回應，由於文字內容生硬，研究者鼓勵學習者使用生活化語言，並應涵括假設檢定 $P-values$ 步驟的說明，引發 S04 與 S13 自發性的協助，並適切應用「口語斡旋」、「提供解釋」、「分享類比譬喻」與「教學工具使用」的策略。「教學者鷹架」與「同儕鷹架」策略綜合應用的教學活動摘述參閱附錄十三。

由附錄九概念學習過程中，學習者必須經過「思考」的歷程，才能夠理解概念的意義，並嘗試以自己的語言表達出來，否則以課本中冗長的敘述、艱澀的文字，不但無助於記憶，更可能產生前後觀念的混淆。研究者綜合應用「教學者鷹架」中的「提問」策略，並觀察學習者的反應，給予適當的「回饋」、「提示」或「指引」，促使學習者主動回應，並就自己的所學，提供相關的資源，包括 S04 會提供「教學工具使用」，拿出課堂的筆記摘述假設檢定 $P-values$ 的步驟，S12 也會在 S13 主動提供 $P-values$ 步驟的解釋後，提示「圖示」的觀念，加強概念的理解；「口語斡旋」的提供出現在 S04 隨堂筆記的報告中，S13「適時」加以補充，使 $P-values$ 概念更加清晰。整體而言，這個部分的教學活動藉由研究者「教學者鷹架」的「引導」，「同儕鷹架」教學策略的應用是成功的，過程中，研究者謹守引導者的角色，會視實際情況給予學習者提問、提示、澄清與鼓勵，並由學習者的回饋中，捕捉「同儕鷹架」策略的實施。

4. 舊概念藉由「提問」、「指引」、「澄清」，不斷的刺激回憶，可以加深學習者印象；鼓勵學習者上台「練習」，有助於刺激學習者思考

舊概念藉由「提問」、「指引」、「澄清」，不斷的刺激回憶，可以加深學習者印象，教學者 (T02) 在「常見的抽樣分配」上，亦會不斷以第五章、第六章的概念，刺激學習者的回憶，並能以實際的案例「由二項式分配到常態分配」，讓學習者「練習」。S13 對於先前的概念有基礎，並能主動回應；S11 對於這樣的教學互動，雖然進度比較慢，但是還是持肯定的態度：「老師這樣講，回家就不用看了」【Class-920430, p.20】。S01 坦承：「在無時間預習的情況下，前幾堂課幾乎是懵懵懂懂得過，而 4/30 老師放慢了進度，我才漸漸跟的上」

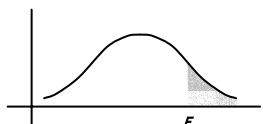
【Email-920423,p.1】。T02 認為第七章是真正統計的開始，打下基礎很重要：「講的比較細，感覺上他們應該是吸收比較好，前面我可能花比較多的時間來把他們這種觀念建立起來」【interview-920430-T02,p.1】。

鷹架教學 情境	鷹架教學 策略之應用	鷹架教學 實施成效
T02:我們以前有背 $E(x)$,還有 $V(x)$,現在變成 \bar{x} 、 $V(\bar{x})$ 、 $E(\bar{x})$,請同學想一下,我把二項式分配變成常態分配 S13:(?) T02:對,沒錯,那下面呢?我或許寫這樣你會比較清楚。 S13:(?) T02: $\frac{\sigma^2}{n}$,沒錯,就是這樣子,換句話說,我不管是任何分配,只要是從 x 到 \bar{x} ,平均數其實不變。	提示 提問 練習、回饋 肯定、指引 練習、回饋 讚美 直接教學	T02 複習期望值與標差公式 藉由指引方式引導學習者思維路徑 總結 x 到 \bar{x} 之區別

【Class-920430,pp.19-20】

5. 先以習題的「示範」,再以「直接教學」的方式告知原則性的概念,鼓勵學習者自行思考、演練,以釐清題意轉變的意義,思考必須要經過學習者的思路才能夠產生教學的效果

「 F 分配」課堂講述時,题目的變化往往讓學習者不知所措,學習者無法依循習題的思維,以「套公式」的方式進行解題。T02 即以習題的「示範」,再以「直接教學」的方式告知原則性的概念,並鼓勵學習者自行思考、演練,以釐清題意轉變的意義,思考必須要經過學習者的思路才能夠產生教學的效果。

鷹架教學 情境	鷹架教學 策略之應用	鷹架教學 實施成效
T02:我直接看到題目(習題 7.18),我就知道我要查 7 跟 9,而且是 $=0.05$,可是他現在變成顛倒過來, c 喔,要高達 0.05 ,換句話說整個圖形是不是這個樣子 它變成這一半是 0.05 剛好小於 f , $1-f > c$,就是 c ,這才是我原來的題	示範 工具使用	教學者(T02)配合圖示,示範習題 7.18 解題過程,並清楚列出算式,學習者專心聽講並抄錄演算過程 

目，我只是把它做一個變化而已 所以又產生一個公式，假設 1- 她們之間要轉換的話，就是兩個自由度顛倒過來再把它變成倒數，就會相等。	直接教學	數理觀念，不等式要變方向，概念就很清楚了
---	------	----------------------

【Class-920514, pp.3-4】

6. 將冗長的文字，以抽象化的概念(圖示)「示範」來呈現，過程中，隨時監控學習者的反應，輔以補充性概念「分享類比」，以加強學習印象

教學者再一次說明「不偏性與最小變異」，以「示範」配合圖示，將冗長的文字，以抽象化的概念來呈現，過程中，隨時監控學習者的反應，以概括的方式輔以補充性的觀念(「分享類比」)，學習者不停的抄錄筆記，最後以學過的公式，實際運算解決具體的問題。

7. 考完試後的解題過程，有助於刺激學習者回憶，並溫習重要觀念；成人學習者會自我檢討，思考自己的問題與努力的程度，有能力的學習者會自我要求、自我提昇

教學者利用第五次課輔較學活動中，分別由學習者(S10、S11、S13等三位)檢視所有的考題，一方面刺激學習者的回憶，再方面溫習考過的概念，為往後更艱深的「統計」觀念奠定基礎【class-920423,pp.1-3】【期中考「概念形成」學習者個人評價訪談意見參見附錄十二，表12-4-3】。

在期中考課後訪談中，S10與S13的成績都很高，她們都認為題目真的很簡單，可能是出題老師希望提高大家的自信【interview-920430-S10,p.1】【email-920416-S13,p.1】；S11坦承自己粗心大意，考題都是基本的觀念【interview-920423,p.1】；有的學習者認為許多重點的地方沒有考【email-920416-S12,p.1】，S01與S04剛好過關是因為自己努力不夠，許多觀念還不是很清楚【interview-920507-S01,p.1】【email-920416-S04,p.1；interview-920423-S04,p.1】。

S13建議考試題目應採「常態分配」方式命題：「對於這次的期中考，如果是為了檢驗出大家的學業成績，其實它可以按照常態分配來出題，就是說一兩

題比較難的，可以測出程度的題目，然後有簡單的題目、中等的題目。」

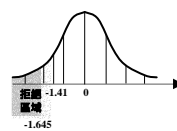
【Interview-920423-S13,p.3】題目太簡單，一方面無法測出學習者理解與努力的程度，再方面也會讓學習者產生錯誤的認知，因而「掉以輕心」，期中考後，S02、S08、S15、S16 選擇「中輟」的因素之一。

(二) 鷹架教學策略實施成效

1. 學習者在教學活動中，已能將「唸題目」、「分析題意」，以「放聲思考」的方式表達出對題目理解的程度，有能力的同儕具有「示範」的作用

經過十一次的課輔教學活動，有關解題步驟中，T02 強調學習者要唸題目，並以自己的意思分析題意，教學者或有能力的同儕可以給予適時、適切的指導，有助於「語義組織」的理解。最後一次課輔教學活動，學習者輪流上台就模擬考題進行解題的工作，學習者在解題過程中，已能將「唸題目」、「分析題意」，以「放聲思考」的方式表達出對題目理解的程度，有能力的同儕具有「示範」的作用【Class-920611,p.13】。

鷹架教學情境	鷹架教學策略之應用	鷹架教學實施成效
S11：老師他的題目在那個，308 頁，他說那個平均壽命差在 95%的可信係數，那 $\alpha=0.05$ ，那這是大樣本	練習	S11 已事前備課，並理解題意 確認題意屬性（大樣本） S11 將數值帶入公式，並進行演算
T02：那就是 0.025 的位置啦，位置是在 1.96，對，來就是，其實是把這個式子再配合這個公式之後，所以我的信賴區間就是這樣子，假設我的 α 跟著改變的話，等於說查出來的值會改變。	工具使用	95%信賴區間，T02 以圖示補充對於大樣本公式的解釋
S11：就是說這兩個平均數的差異在 -1786.41 到 292.41 這個信度區間有 95%？	練習	解題完成
T02：對。（同學鼓掌）	鼓勵與讚美	



【Class-920528,p.22】

2. 對學習者個人的評價上，有能力同儕的表現與課程投入的程度密切相關，進而影響學習成效

對於學習者的個人評價部分，有能力的同儕，T02 肯定她們對課程投入的程度，從她們在「同儕鷹架」互惠式教學的表現來看，S10 與 S13 的概念清楚，思慮有條有理，足堪其他學習者的表率【interview-920521；interview-920528】，S11 的講解直接以例題或習題導入，從個人的角度去思考問題，觀念的理解上會有疏忽【interview-920521；interview-920528】；T02 肯定 S12 的潛力，雖然平時較少表達意見，但是從「模擬考試」的整體評價來看，她的表現是可圈可點的【interview-920521；interview-920611】；此外，S11 與 S13 更由於上台演練頻率的提高，學習到了「觀念表達」的技術【interview-920605】，這是在課程上的額外收穫。在能力稍低的學習者方面，S04 因為對數理知識的畏懼，逃避公式，考試焦慮，迫使她直接去看問題，對於定義、定理（或公式）不求甚解，缺乏「思考」的結果，只想背答案，解決問題【interview-920611】，T02 給她的建議是多思考、多練習【interview-920528】；但是，S04 主動積極的求學毅力，引發許多師生與同儕的互動，學習的精神是值得嘉許的【教學者對於「概念形成」學習者模擬考試評價意見參見附錄十二，表 12-4-2】。

T02 在模擬考結束，並看到期末考考題後，十分篤定的預估，有能力的學習者（S10、S11 與 S13）至少有七成的把握，S04 有「考試焦慮」的問題，比較沒有把握【interview-920611】；S01 與 S12 課堂上鮮少表達意見，比較沒有印象，因此沒有特別提到。事後，由學習者期末考成績來看，T02 的預測是正確的，S10、S11 與 S13 都有七八十分的高分，S10 更高達九十分，足見學習過程的努力帶動個人心智的成長【T02 對於課輔教學活動「概念形成」的整體評價參見附錄十二，表 12-4-6】【教學者對於學習者「概念形成」個人評價訪談意見參見附錄十二，表 12-4-7】。

由表 4-2-2 學習者參與模擬考試與自編成就測驗成績分析來看，S10 與 S11 兩人因故都沒有參加模擬考試，在期中考與期末考的表現都是一樣的成績，其中以 S10 表現最佳九十分；S12 在模擬考試的表現有目共睹，期末考的成績與 S10 相同八十分；S13 在期末考的表現略遜於期中考，但成績與模擬考試相距不遠；S01 與 S04 在期中考、模擬考與期末考試的成績都相當接近，約略五、六

十分，這與她們努力的程度與平時課輔的表現可以相對應。

表 4-2-2 學習者參與模擬考試與自編成就測驗成績分析表

學習者	期中考	模擬考	期末考	學期成績
S01	60	50	57	70
S04	60	50	49	66
S10	90	--	90	92
S11	80	--	80	85
S12	77	95	80	85
S13	100	70	75	89

大多數的成人學習者參加《統計學》課輔教學的目的在於通過學期的標準測驗(期中考、期末考)，順利取得學分。整體而言，期中考前辦理四次課輔教學，期中考後辦理八次課輔教學，教學方式由「教學者鷹架」逐漸轉移到「同儕鷹架」，學習責任逐步遷移的結果，成人學習者應該學的更有成就。

參加課輔教學的意義，在於增加理解，遇有問題能夠有諮詢的管道，對於沒有參加課輔的成人學習者來說，未能通過考驗，自然與努力與否有關，但是能有優異的成績，又沒有參加課輔，她們應該是具有相當的「自治力」與「自我導向學習」能力，能夠運用有限資源，包括教學節目、教科書與全學期八小時的面授教學。【期末考「概念形成」學習者個人評價訪談意見參見附錄十二，表 12-4-4】

3. 提供成人學習者從「概念形成」評量中獲得學習的成就感

由學習者「形成性評量」上台練習的次數多寡與「總結性評量」的成績高低來看(如圖 4-2-1)，S10 屬於「主動積極、高成就」的學習者，S11、S13 屬於「主動積極、中成就」的學習者，S12 為「被動、有自治能力、中成就」學習者，S04 為「主動積極、低成就」的學習者，所謂「心有餘力不足」，S01 則是「被動消極、低成就」的學習者，所謂「力有未怠」型。

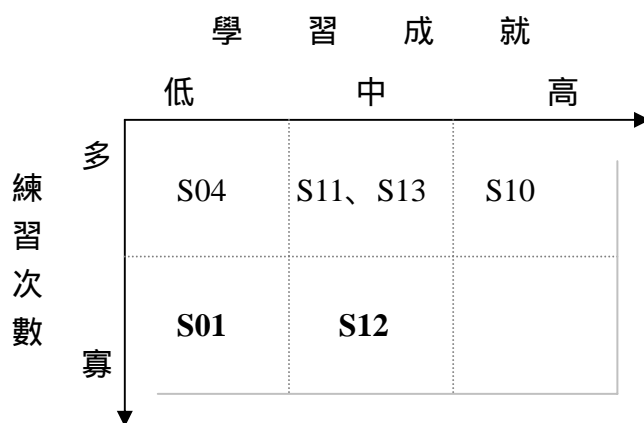


圖 4-2-1 學習者練習次數多寡與學習成就關係圖

4. 在學習者的自我評鑑上，有能力的同儕學習表現充滿自信與企圖心，能力稍低的同儕則惶惶不安，學習過程充滿挫折

從學習者對自我綜合評鑑上，能力高的同儕與學習狀況稍差的同儕，在意見的表述上有相當大的區別，能力較高的同儕，在第九次課輔教學活動開始，就已經表現充分的自信，(S10、S11、S13)，或是旺盛的企圖心 (S12)，對於 S01、S04 而言，課輔教學活動中的渾沌，引起學習歷程的不安，缺乏先備知識與課後複習，在基本觀念不夠紮實的情況下，要全盤理解實在不容易，即使有心想課前預習，也是表面的理解，無法將概念昇化成為知識【學習者「概念形成」綜合評鑑訪談意見參閱附錄十二，表 12-4-8】。

5. 整體教學活動的評價上，隨著「教學者鷹架」過渡到「同儕鷹架」策略的實施，學習責任的遷移情況明確而有意義

第二次課輔教學活動起，T02 都會在課後接受研究者的訪問，回顧前一天課堂教學的種種情況，對於學習者的評價，學習者「有意願」去算題目，這是接觸《統計學》的第一步【interview-920402】，如果剛開始，學習者無法適應教學者採用的教材或教法，她或她們可能就會依賴，或是選擇放棄，因此，「適度的壓力」是有必要的；其次，第四次教學活動開始，教學者已經觀察出學習者課前預習與課後複習的狀況，有幾位是很認真的學習者（還叫不出姓名），有幾位就只是按時上課、聽課，既沒預習也未複習，T02 原本希望給她們一些壓力，請她們上台練習，但又擔心她們承受不起壓力，在第一階段教學者鷹架教學策

略下，學習者的表現尚屬平平【interview-920416】。

期中考試結束後，第二階段課輔活動開始，藉由學習者前面六章的課業複習，教學者感受到她們在統計觀念上，相較於考前有明顯的成長【interview-920423】【interview-920507】，至少自編成就測驗的壓力「迫使」她們必須努力，在第二階段，教學者已經能夠靈活應用教學者鷹架，並「逐步」將「同儕鷹架」的基本觀念，做預先的設計與安排，三次課輔教學活動中，師生之間的互動頻繁了，熟悉度增加了，學習者投入的情況也更加明顯了，由於「同儕鷹架」的互惠式教學活動，使原本就沒有預習習慣的學習者（如 S03、S08、S14 等）相繼退出課輔教學活動，但是留下來的學習者，已經明顯感受到上台演練的功能性與重要性。

第三階段開始，實施「同儕鷹架」的互惠式教學，對教學者而言，能夠更清楚地到底懂哪個部分【interview-920514】，對學習者而言，練習與互動的次數增加了，也促使概念更加容易理解【interview-920521】【interview-920528】。第十一次課輔教學活動，T02 有感而發的表示：「『同儕鷹架』之後，學習責任遷移會很明顯，因為之前的話，你沒有事先預習，並不會差很多，可是你現在要上台的話，你就一定要做預習的動作」【interview-920605】因此，「同儕鷹架」教學策略的實施，對學習責任的遷移有相當大的影響【T02 對於課輔教學活動「概念形成」與學習者「概念形成」整體評價參閱附錄十二，表 12-4-6；表 12-4-7】。

貳．概念理解歷程的討論

一、先備條件方面

(一)「先備條件」的意義

Yelon (1999) 認為，先備知識係指在教學之前，學生已具備的知識，而先備條件是指學生必須具備與所學知識相關的知識 (p.49)。

Merriam 與 Caffarella (1999) 首先強調，學習在本質上是累積的，任何事物的意義和學習都不會脫離先前的經驗而單獨存在。許多成人教育學者 (Caffarella, 1994; Delay, 1998; Knowles, 1980; MacKeracher, 1996) 都承認成人的先備知識和經驗，是學習過程中不可或缺的一環，教學者應以此為依據設計教學活動 (引自 Merriam & Caffarella, 1999, p.236)。過去或許認為沒有學過《統計學》就不具備統計的概念，這種說法在現在資訊普及、知識爆炸的時代，似乎已經不合實際了。日常生活中充斥著與統計相關的概念，不論是股價指數、經濟成長率、失業率、投票率、候選人民調等等，因此，沒有學過統計並不表示不具有統計的概念，T01 就曾經提到：「來修 (課) 的人都非等閒之輩」【interview-920528-T01, p.15】。成人學習者在決定修課之前，或許自認為或多或少已經具備有一些與新學的知識相關的概念，譬如，幾乎任何一個正常人都會利用自身過去的知識或經驗 (prior knowledge and experiences) 來猜測、描述或理解某個社會現象或對象，這就說明幾乎每一個正常人或多或少是屬於統計思想的貝式學派 (Bayesian) (蘇國樑, 2003a, 序)。

(二) 了解「先備條件」的鷹架教學策略分析與討論

Good 與 Brophy (2003) 主張，新知識從一開始就透過現有知識為其理解的基礎，如果這種為新知識提供有意義理解的背景知識不正確，它的激發會阻礙知識掌握。然而，《統計學》課程要以一般的「常識性」概念解釋或理解「統計」的概念，並不容易。在【Class-920423, pp.6-7】案例中，S06 顯然對於「樣本不偏與最小變異」的概念不是很了解，並以「常識性」的觀念回應，事後的訪談他也表明了：「四、五、六章我幾乎都沒看，有一點點印象，覺得比較學術，整個我是在模糊當中，我怕我講的不好，就是內心怕講出來錯」【Interview-920423-S06】。根據蘇國樑 (1996) 的說法，成人學習者學習「統計」最大的問題來自心理障礙與語言障礙，對於符號的意義、文字的敘述，早期正規教育的數理基礎，由於事隔久遠，早已不復記憶或辨識 (pp.106-107)。「提問」會造成成人學習者的恐懼，若施以紙筆測驗，壓力可能更大；由於學習者「回饋」，在沒有預期與準備的情況下，係憑自己的空想或猜測，而不願去了解

事實的真相，劉秋木（1996）建議，利用學習者認為熟悉或重要的生活問題為教學題材，才能引起學習者情感的投入，進而形成態度的改變。這些教學內容應該以生活中的事件為問題情境，學習者才能體會教學的價值（p.431）。

S11 事前有備課，而且前六章的學習情況還算不錯，能夠使用自己的語言進行表達，雖然答案不是十分正確，但也切中題意，這是一個由新手到專家的例證（Merriam & Caffarella, 1999, p.208），教學者對於她的勇氣還是給予鼓勵。Yelon（1999）主張：「評估學習者先備條件旨在找出正確的知識並建立新知識，一般教學者傾向於找出學習者所犯的錯誤，對於學習者對的知識反而忽略，其實先備條件最大的功能在於已知的知識基礎上做必要、適切的修正（pp.67-69）」。因此，「先備條件」檢視過程中，教學者若能在學習者的已知概念上做必要、適切的修正，有助於學習者在已知的基礎上改變錯誤的想法。

在「先備條件」檢視的時機上，Yelon（1999）也認為應在新概念正式陳述之前實施，以了解學習者對於相關概念理解的情況，其中包括新概念與舊概念之間的連結，教學者希望藉由「提問」的方法，蒐集學習者對舊概念的回憶與新觀念的理解程度，學習者會因為投入程度（事前預習與課後複習）不同而有明顯的差異，教學者因為大部分學習者的過度依賴，在前測的進行上，採取較多「由上而下」的方式（pp.69-72），將新概念週遭有關的一系列概念提出來，過濾學習者的疑問，以調整教學重點。

本研究教學者針對抽樣分配、估計檢定的相關概念，由於概念與概念間環環相扣，為了讓學習者能夠前後連貫，教學者會「適時」地以舊概念的公式或定理應用到新知識的基礎上，引用 Ausubel 前導組體（引自 Mayer, 1987）的觀念：「在學習之前呈現訊息，可以使學習者用來組織並解釋新來的訊息，以提供一個觀念架構，使學習者對於即將學習的較細節性和較分化性的教材，能夠更穩固的加以結合和保持（p.137）」。Merriam 與 Caffarella（1999）也強調，提供學習經驗，從來不是單一事件，學習者會將他們當下經驗中學到的東西，和過去的經驗連結在一起，同時看到未來可能的意義（p.256）。

由於學習者之間（S06 與 S11）存在個別差異，教學者選擇由基礎的概念進

行講述，以奠定課輔教學的基礎。Bruner 主張，可以把大部分的知識，以簡單的方式教給準備度較低的學習者，在往後較複雜學習的時候，可以重複這些知識，具有先備條件的學習者學習較多（引自 Yelon,1999,p.64）。

Yelon（1999）認為：「舊知識與新知識之間的關係可能很遠，如果學習者沒有經過複習，還是有可能學習到所教的東西，這個想法就太天真了」（p.49）。學習的責任在學習者本身，如果學習者沒有意願進行課後複習，縱使再多的講解，蒐集再多學習者理解程度的相關資訊，也無助於提升學習者認知發展的程度。

T02 考量到成人學習者面對測試的緊張心態，會以「提問」為主，為了降低學習者壓力，並且考量到實際情境，「直接教學」、「示範」與「練習」策略的應用，會輔以「指引」、「提示」的策略，正如 Yelon（1999）所強調的：「在分析、評估、調整和說明學習者的先備條件時，必須要對學習者的感覺很敏銳」（p.50）。因此，「先備條件」檢視的過程中，彈性靈活應用鷹架教學策略有其必要性。

Dewey（1938）主張，成人學習者要從經驗中學習，有其連續性與互動性（p.27）；Hogan 與 Pressley（1997）也認為，為了要使鷹架支持的教學能夠發揮效果，教學者必須了解學習者已經具備的知識和技能；Yelon（1999）更強調，教學不評估學習者的先備條件，就好像是打開學生空空的腦袋，把知識灌輸進去。因此，如果不進行先備條件的檢視，不但無法分析學習者目前的程度，更無法幫助學習者進行新舊知識的連結，與理解同儕之間可能存在的差異。

二、語義組織方面

（一）「語義組織」的意義

教學者與學習者對「統計」文字的敘述或題目的意義所產生的困擾，幾乎出現在每一次的課後輔助教學活動中，包括對定義文字敘述的冗長，無法掌握脈絡的精髓，並以自己的語言加以表達；或是對於教科書例題或習題的文字敘述，無法分辨條件關係，甚或誤解題意，形成錯誤的解題過程。劉秋木（1996）

認為：「要建構初步的問題表徵，首先要了解文字的意義，應用相關的知識，分析問題中的目標與條件，轉換不同的表徵」(p.542)。

學習者「普遍」對於「題意」，存有許多疑義，包括：不懂題目的意思(S13)，會被誤導(S11)，文字敘述不懂(S10)，題型轉換不知如何下手(S04)，這些都反應了解題過程中，語義組織的重要性，Mayer(1987)認為，「語義組織」就是「問題」表徵的主要內涵，這些「解碼」的因素都可能影響到學習者解題過程中設想的情境，與先備知識或經驗憶取的環節，教學者有責任進行語句的整合，賦予新觀念，更要在語義推論上賦予正確的方向，以利階段的解題工作。

(二) 增進「語義組織」的鷹架教學策略分析與討論

「了解文義」成為理解問題的首要關鍵，其中包括字、詞的意義外，對於字詞與字詞間的關係所構成文句的意義，使之成為前後連貫的意念，語句整合的過程中，個別字的再認會受到前後字詞或句子意義的影響，產生「脈絡效果」(陳李綢, 1992)。然而，《統計學》課輔教學活動中，有關問題轉譯的過程中，對於學習者而言可能十分困難，特別是問題中包含的關係語句，學習者對於陳述句間的連接詞會產生混淆的概念，陳李綢(1992)認為，這種關係語句的陳述，不但學齡兒童有此困擾，就連成人也在關聯性句子的轉譯上也曾發生困擾(p.513)。

再以忽略關係語句的問題上，解題過程中，教學者或學習者會忽略呈現數量關係轉變的語句，以至於解題錯誤。Soloway, Lochhead 和 Clement(1982)的研究中發現，大學生把敘述句視為靜態的描述，而不是把敘述句視為如何的把一個變數轉變成另一個變數的指導語；又在 Mayer(1987)的研究中也顯示成年人會犯三類回憶的錯誤：(1)遺漏的錯誤；(2)細目的錯誤(specification error)；(3)轉變的錯誤(conversion error)。本研究教學者恰好就犯了第三種錯誤，在陳述句由關係句轉變為指定句時，將相關的數值錯置。

面對《統計學》課程計算題部分，T02 在第十次的課輔教學中提到理解題意的方法時，有一句話描寫的十分貼切：「看到題目，先傻住、再沉澱」。學習者一致的反應是：「十分的傳神」【Class-920528,p.22】。果真學習者能夠體悟到

這句話的意涵，理解「再沉澱」的意義，藉由用心體會，才能夠理解個中文字的涵義、前後脈絡與理解出題者的動機，並正確解題。

Solso (1988) 強調，語義推論的理解是記憶概念中的概念的組織和構成的方法，我們可以經由對自由回憶形式的研究檢驗語義組織，集中於概念間的功能關係；我們也可以將語義實驗的資料組織為記憶的綜合理論，注意心理結構，以說明意義與記憶間的關係 (p.199)。

語意的理解容易與一般人常識概念混淆，若未即時澄清，會影響教學活動的進行；當學習者的舊經驗所構成的知識，跟系統化的知識連接不起來的時候，應直接告訴他答案；教學者提供適切的類比或隱喻有助於學習者理解或釐清相關的概念，以連結「先備條件」的方式進行理解，因此，練習問題的轉譯時，學習者必須對於問題中的句子加以解義 (paraphrase)，此外也應學會某些基本的事實 (先備知識) (Mayer, 1987, p.397)。

實際上理解題意還涉及邏輯思考的過程，解題的過程或思維有問題，會影響到思考方向，以及定理或公式的應用，因此，這不是靠著「推敲」就可以應付的，中文雖然人人都懂，但是要放在數理應用上，多做題目、揣摩題意，對於數理公式的熟悉，都可能影響統計學習的效果。

理解題意還涉及邏輯思維的過程，解題過程的思維有問題，會影響到定理與公式的應用和理解的方向，因此，T01 認為這不是前面所說多「推敲」幾次就可以應付的【interview-921230】，除了多做題目、揣摩題意，對於數理公式的熟悉，都可能影響數理或統計學習的效果。研究者彙總課輔教學活動中，學習者對於「語意推論」的理解方式包括：以「常識觀念」進行理解，以「先備條件」方式進行理解，或以「直觀方式」進行理解，分別舉例說明如下。

「統計」的觀念有其特殊性，學習者在以「直觀」的方式進行理解時，產生頗多困擾。「直觀」係「語義組織」理解的方法之一，T03 認為，學理部分經過長時間的累積，當你看到題目的時候，其實就是直覺

【interview-930116-T03, pp.8-9】。

「語義組織」的理解會出現問題，T03 認為是題目做的少，加上觀念不清

楚，所以做題目就會有困擾【interview-930116-T03,p.5】，她建議在學習者方面：（1）不能光看解答，要多做題目，做完題目還要思考一遍，因為沒有經過實際演練的過程還是會有落差；（2）題目做的夠多，可以累積功力，培養他（她）的自信心；在教學者方面，她認為應用問題只是觀念的釐清，測驗的目的在於了解學習者理解的程度，並能夠應用到下一個章節做準備，因此，她建議不要給他（她）太多的陷阱題，特別是那種語意會讓人誤解的，或是太艱難的問題，對成年人來講都是有困擾的，在學習中遇到挫折，他（她）可能會比較不願意去面對，也因此造成「中輟」【interview-930116-T03,pp.5-6】。T01 也建議學習者參考有解答的教科書，多看、多做，了解它解題的來龍去脈，千萬不可以只是做題目，最後還是「從不會到不會」。

「只有多看、多做，多做並不是說找那個沒有答案的來做，讓學習者能夠 follow，千萬不要從不會到不會，參考書有很多例題，且有詳解，他才知道怎麼弄」【interview-920528-T01,p.3】。

「鷹架」教學的核心在於建立、催化「思考」的氣氛，以便實施各種有利於學生自行建構思想的教學策略（單文經，1998）。在「語義組織」解析的解題過程中，教學者（T02）在「示範」的教學策略中，引發教室的「討論」，學生會在彼此的對話發展更多的瞭解，與更有意義的解釋（張世忠，2000）；解題過程中，學習者會在教學者遇到瓶頸，或是討論的「回饋」的過程中，以「常識性」的觀念主動提供支援，根據自己的理解與常識性經驗，提出對於解題過程的意見，或是測試自己的理解程度，形成教室中由教學者「示範」到「討論」的教學情境。T02 強調成人教室課堂的討論是很正常的，「統計」本來就是一種思維的程序，張世忠（2000）認為，教室的「討論」，有助於促進學習者思考與價值判斷能力的發展；S11 也主張在學習過程中，一定要了解它的意思，多看兩次，再思考以口語的方式表達，必要時寫下來再核對一下，在課堂上，一定要勇於表達意見或看法，你才有機會接受教學者的指導，糾正自己的錯誤，否則可能一錯再錯而不自知【Interview-920528,pp.5-6】，由此印證「討論」策略的應用在「語義組織」理解的重要性；也符應張世忠（2000）所強調的概念：「『討論』能使學生的科學概念藉著口頭的形式更主觀化，並使他們的想法更清楚、

實際」(p.44)。

「語義組織」係建立在理解的基礎上，學習《統計學》的方法，強調理解的關鍵在於「有感覺」，而敘述的理解會影響感覺，有感覺就會自己整理。因此，在關鍵概念的解釋比較上，或是複雜而多元的概念學習上，以「直接教學」的方式並無法使學習者很快進入理解的狀態，若能輔以「工具的使用」，更有助於成人學習者掌握重要概念的本質。沈翠蓮（2001）主張，採用「直接教學」應關心講課中學習者的思緒，並以「提問」方式督導並確定學習者的理解程度，並盡可能以「示範」代替「直接教學」(pp.62-63)。

三、 思維路徑方面

（一）「思維路徑」的意義

統計思維其實就是思考的一種方法，黃淑華（2002）認為，「思維」放在《統計學》的領域，是解決統計問題的心智活動，它的對象可以是事物的數量關係、空間關係和形式、結構關係，或更具有獨特形式化的符號語言與高度的抽象性。教學者有責任為學習者整理和釐清統計思維的程序，十二次的《統計學》課輔教學活動，也就是一個學習統計思維的活動。

蘇國樑（1996）以多年教授成年人學習《統計學》的經驗，語重心長的表示：「我們的教育並不鼓勵學生思考，甚至有點打壓，教育只重結果，不問過程的結果，造成（學生）不敢思考、不會思考」(p.108)。反應在課堂上，學習能力較低的同儕（如 S01、S04 等）就有這種現象，害怕思考的結果，就不可能發現問題，隨著問題的不斷展開，思維的不斷深入，進而解決問題。因此，T02 建議整個課輔教學活動應該關心的是學習者瞭解的階段性，也就是解題與理解的階段性，他認為教學者可以透過「訪談」的方式，瞭解學習者解題的過程與步驟、理解的程度，遇到困難或問題是哪一個環節打不開，可以針對這個地方在加強【interview-921230-T01,p.8】。他強調每一個人的思考邏輯可以不一樣，但是思考的程序卻是一致的，思考只要是合乎邏輯的思考，上下文一致、相關，並與事實符合，而不是天馬行空，不知所云（蘇國樑，1996，p.108）。因此，思

考的程序是可以教導的，思考的品質是可以控制的，惟獨思考的邏輯可能是因人而異。

也因此，「思維」可以借助於已有的知識和經驗，去認識那些沒有直接感知的事物，預見和推測事物的發展過程，「思維」也可以就大量已知的事實為依據，在已知的知識經驗基礎上，捨去某類事物的個別特點，發現事物間的科學規律（溫亦剛，1990）。思維的發生與發展有其一般的規律，也有其個別差異，可以由思維的智力品質與非智力品質來表徵這種差異，思維可以藉由比較、分析、綜合、歸納、演繹、抽象、觀察、連想等基本思維的方法來達成。

（二）建立「思維路徑」的鷹架教學策略分析與討論

1.由分析到綜合的思維路徑

分析是對未知的整體事物，要能深刻認識、理解，首先必須恰當的分解、簡化（溫亦剛，1990）。T02 在例題 7.11 的解題過程中，會以標準化的解題步驟：唸題目、分析題意、列出已知條件、重述解題目標，將數值代入公式、演算、解題完成。Skemp（1989）也強調，新觀念的教導，必須化整為零，條分縷析，也就是將新概念的內涵分析出來，並清楚的讓學習者理解（p.66）；對照 T01 的思考路徑，他建議學習者：（1）看到題目後（唸題目），先了解問題的指向，題目的最終目的是求甚麼（分析題意）；（2）思考問題的目標，並與相關概念進行連結；（3）建構或列出所有相關的數學式；（4）將題目中相關參數值代入相關的數學式；（5）演算過程；（6）結果說明（蘇國樑，2003b，p.46）幾乎完全一樣。

對於反標準化過程的演練，著重找出事物各個部分相互關聯的規律性（溫亦剛，1990），由因導果，即是從「已知」條件，藉由圖示與「提示」，確認解題目標，使學習者明確知道標準化與反標準化的意義，再逐步推向「未知」的解題思維。

不論是從分析到綜合或是從綜合到分析的思維方法，並未引起有能力同儕的注意或仿效，S10 表示：「老師給我們的東西，我認為那是老師的，我自己要再重新做過，那才是我的，我自己看完後，我會重新整理，一種系統性的歸類」

【interview-920521,p.2】有能力同儕會進行課前預習，她們會跟著教科書的體例，及例題的解題邏輯或教學節目的解題示範，進行思考：「我的思緒是參考它（教科書）的例題，去了解一下它的公式，她在怎樣的環境下套用哪一種公式，看到題目所透露的訊息去跑這樣子」【interview-920430-S10,pp.2-3】。

此外，學習者不經過「思考」的路徑，會以「直觀」的方式解題，特別是發生在學習能力較低的學習者身上，似乎可以理解。胡炳生（1991）認為，「直覺思維」亦是一種思維形式，它以形象、初步概括的觀念型態為基礎，以觀察、試驗、歸納、類比和猜測為基本形式的思維（p.30）；正如 T01 所說的，如果學習者不解，不懂得運用「邏輯思維」的方式進行解題的步驟，考試時，使用「直觀」或「套公式」的方法「依樣畫葫蘆」，應該還是可以解得出來，但是並不代表他「懂」了【interview-921230-T01,p.3】，當新的情境不斷出現，「套公式」將無法適應（蘇國樑，1996，p.110）。難怪 S04 感慨的說：「對公式我就跳過去了，到現在我還沒有辦法建立公式的理解狀態，它那個公式寫出來我會害怕」【interview-920430,p.1】。

以上「思考路徑」的引導，有助於教學者藉由「提問」的方式，剖析學習者在解題過程中遭遇的困難或問題，並謀求解決的方法，才能夠幫助學習者有效率地學習。

2.由比較到分類的思維路徑

數理概念的比較是多方面的，可以將新知識和舊知識比較，以舊代新；可以將新知識與新知識進行比較，以抓住特點，避免混淆；還可以將舊知識與舊知識進行比較，溝通聯繫，釐清脈絡。

比較可以確定有關事物的共同點和不同點。公式藉由不同符號的組成形成不同的意義，相同的符號具有共通的屬性，放在不同的位置形成特殊的意義；教學者藉由公式推導、比較的方式，列出公式的共同點和不同點，有助於幫助學習者透過理解、幫助記憶。溫亦剛（1990）認為，事物的現象比較是容易的，事物本質間的比較是困難的；因此，在學習過程中，我們所考察的數學現象是同中有異，異中有同，有助於學習者將相似的事物區分開來，或將相關的知識

聯繫起來，得到清晰、精確的認識。

此外，根據事物的共同性與差異性，把具有相同屬性的事物歸入一類，把具有不同屬性的事物歸入一類，T02 列舉自己在學習過程中體會的的學習心得： n 與 $n-1$ 在樣本平均數、變異數與標準差的公式解釋上，藉由分析、比較，使得大量繁雜的材料更具條理性，清晰認識解題結構的特點，熟練掌握解題的思路與技巧，進而促使學習者達到「觸類旁通」的學習效果。但是，無論教學者如何將技巧傳授給學習者，最後還是有賴學習者自己的思考：「解題過程中，覺得會蠻亂的，可能必須靠自己去做一些整理」【interview-920430-S12,p.2】。

3. 由抽象、概括到具體化的思維路徑

在數學中，抽象和概括總是結合起來運用的，就是從生動、豐富的感性材料中，捨去它們的具體性質，從數量關係或空間形式上，經過不同層次、不同水平的抽象、概括，引出數學概念，建立數學理論(溫亦剛,1990;Skemp,1987)。T02 以教科書圖示的方式協助解釋概念，再以例題實際演練，目的在強化觀念的理解，對於題目中概念的性質，再以定義補充說明，這種在理論、定義、公式不斷穿梭、思考的過程，最後再將抽象、概括中所獲得的概念和理論，運用於實際，以恰當的實例來說明概念、解釋理論的思維方法，可以使學習者更加深刻地理解一般東西，又可以使一般的認識更加豐富、不斷深入，以抽象化事物的共同性，這種心智活動的結果就是概念(Skemp,1989)，教學者透過實務或心智的例子，可以幫助學習者組織而形成新概念。

4. 系統化的思維路徑

運用系統化方法的具體形式是多種多樣的，可以透過概括中心思想、撰寫讀書心得，編寫提綱、大要，或繪製圖表、模型圖等方式溝通知識的內部聯繫(溫亦剛,1990)。「系統化」可以使學習材料由厚變薄，由博返約，削枝強幹，抓住核心，從整體上掌握概念、公式的來龍去脈。

Skemp(1989)認為，概念的形成並非與經驗隔離，但規律性由經驗抽象而來，因為在某種程度上，我們的知識結構是有秩序的，而非多變的。統計的智性學習就是要發現這些規律性到井然有序的概念結構中(p.52)。

根據 Jones 與 Carter (1998) 的說法，經驗豐富的同儕能夠幫助缺乏經驗的學習者，透過有效地工具使用，去建構意義、建構知識。由 Vygotsky 的觀點，這些工具專家是因為日常生活累積的經驗或知識，而成為學校結構化教學經驗的立基，這些「工具專家」會在資料蒐集的情境脈絡下，決定使用的工具 (p.294)。S12：「在算的過程當中，可能就是因為定型嘛，固定一個公式，就很直覺的反應」【interview-920430,p.3】。

Skemp (1989) 主張，成功的概念圖可以顯示各個概念間的相互關係。概念圖 (圖示) 除了可以幫助教學者得到專業上的滿足外，更有助於學習者思維做出根本的改變，對數理知識本質的洞察力提升到新的境界 (p.68)。

過去認為培養學生統計思維最直接和有效的方法，就是教師多舉例或學生多做習題 (蘇國樑, 2003b, p.44)，但是以空大隔空教育的特性，輔以一個月兩小時的面授教學，教學者能夠在有限的時間傳達基礎的觀念就已經「捉襟見肘」了，遑論例題與習題的示範、講解與演練；學習者在嘗試接受各種不同統計老師或學者的說明和講解的結果，如果不能多思考、多演練，達到融會貫通的程度，似乎大量的說明和講解的有效性也是有限的，因此，「題海戰術」並不能解決學習者在學習統計上的困擾。T02 也強調，統計題目的資料太多，如果抓不住方向，可能會模糊焦點，算出來的東西可能也不是你要的東西【interview-920402,p.6】。因此，解題過程中，「思考」的重要性就在於理解題目的來龍去脈，清楚它的定義，分析題意，瞭解條件間的彼此邏輯關係，以思考工具，採取因應策略，這就是解題的過程。

Vygotsky 所說的「自我中心語言」，在心理功能上是內在的，但在形式上卻是外顯的 (引自 Cazden,1988,p.219)。教學者習慣於邊唸題目邊思考，以「自言自語」的方式進行解題的過程，發現問題立刻改弦易轍，重新思考，這似乎是 T02 的解題習慣。這會是刺激「邏輯思維」的方式？這種「邏輯思維」的訓練如何養成？對成年人有用嗎？是否所有數理課程都可以運用這種方法？抑或還可以運用在其他領域？這種「邏輯思維」的運作必須在心思縝密的情況下進行，若遇到「精神不濟」時，教學者或學習者如何因應？從研究的結果來看，答案

是否定的！成人學習者對於教學者在解題過程中所遭遇的困擾或問題會擔心、沒有安全感，並以自己的常識主動提供協助，教學者的「自言自語」並未達到他所希望的效果。

T03 以自身的經驗，對於「自言自語」的思維工具提出她個人的看法，她猜測這種老師可能在解題碰到困難，才會重複唸題目幫助思考，她認為「自言自語」：

對我個人是沒有幫助啦！我覺得那（自言自語）對別人（會）造成一種干擾，解題的時候，如果真的有看不懂的地方，應該用「討論」的方式，如果你轉不出來，再唸好幾遍還是轉不出來【interview-930116-T03,p.10】。

T03 建議以「討論」方式進行解題思維的訓練，在課輔教學活動也曾經做過，師生會就題意以自己的思維邏輯提出看法，你一言我一語，耗費了許多教學的時間，在無法取得「共識」的情況下，草草結束【Class-920402】。研究者以為，這種「討論」方式訓練學習者的「解題思維」並非不可行，必須在學習者具備一定基礎，有能力的同儕能夠扮演積極的角色，「討論」的思維訓練才可能發生；至於 T02 以「自言自語」的方式進行解題的過程，只能說這是 T02 個人的解題方法，屬於「放聲思考」的訓練，能不能產生效果那就因人而異，正如 T01 所說的，每個人的思維程序可以教導，但是思維邏輯卻是因人而異的。這剛好符應 T03 的看法，每一個人的邏輯思維不一樣，使用的工具也自然不同，適合你的不一定適合我，我熟悉的不一定你熟悉。

四、 概念形成方面

當今的教育環境，考試已經成為空大學生評量學習成果唯一的方式，即使有百分之三十的作業成績，在面授師資良莠不齊的情況下，無法落實隔空教育「多元評量」的精神，考試成績代表學習成就的結果，成人學習者只能夠「背誦」死的知識，不求甚解的結果，養成學習者不敢、不會也不願去思考，對於不善紙筆測驗的學習者而言，評量的結果產生的挫折感，使她們失去學習的信心和動力，嚴重者選擇輟學。這樣的結果也因此印證 Skemp（1989）所說的：

「大部分的成年人都會覺得學習數學是很困難的工作，而早就放棄了」
(p.49)。

《統計學》課輔教學活動的實施，雖然旨在了解鷹架教學策略的應用情況，對於成人學習者在學習與理解歷程中，心智的發展與成長也是「近側發展區」評估的重點，對於成人學習者在學習與理解過程中，對於一個概念、定義、定理或公式是否精熟，作為單元教學是否調整教學活動的參考依據，因此，起點與過程中評量 即「形成性評量」的重要性，並不亞於結束時的評量 即「總結性評量」。

(一) 概念形成的意義

概念學習的主要因素在於概念形成的過程，從建構主義的觀點來看概念的形成，強調學習者必須先了解自己的概念，進而評估這些概念，而後決定是否需要重建這些概念，一旦決定重建，則須重新檢視並重整原有概念的相關看法，使其達到一致性 (Gunstone & Mitchell,1998,p.134)。

根據 Vygotsky (1934/1962) 的說法，「概念形成」是一個創造性的過程，經過複雜的操作目的，在於解決某種問題 (p.54)；「概念形成」亦是一種目標導向 (aim-directed) 的過程，透過符號的中介，是為通向最終目標的各個步驟進行服務的一系列操作 (pp.55-56)；「概念形成」是一個由低至高的過程，藉由(1)概念的混和(堆積)，將變化多端的要素，經由某種偶然的印象，結合成無連接的意象，屬於兒童嘗試 錯誤的階段；(2)複合思維，經由思維的許多變式所組成，組成部分間的聯繫是具體而實在的；(3)連鎖複合，一種動力、連貫的連結，將個別的環節連接成單一的連鎖，意義便從一個環節轉向另一個環節 (pp.59-64)。

(二) 概念形成的鷹架教學策略分析與討論

評量是對於一個或一群學習者知識的綜合解釋 (Webb,1993)，評量的目的在於測量學習者對教材之理解和應用，獲得教學回饋與成績，監視學習成就的生長課輔教學活動，教學者 (T02) 採取多元評量的方式，包括考古題 (紙筆測驗)、家庭作業 (教科書習題)、概念教學中的「提問」或「討論」、學習者上台

「練習」等等方式，配合《統計學》課程自編成就測驗（如模擬考試、期中考、期末考等），藉以測試學習者「概念形成」的意義與過程。

教學中的評量，可以反映學習者理解思考的過程和困難的所在，以便即時調整教學內容、步伐或方法（劉秋木，1996，p.223）；Hogan 與 Pressley（1997）也強調，鷹架教學的重點在於學習者思考能力的提升，因此，評量的做法在於思考的過程，並不只是思考的結果，以提供真正的回饋。在概念教學過程中的評量，教學者以「提問」或課堂「練習」，依照教學進度，針對不同主題單元，實施後測，以了解學習者對於已經教過的概念、定義、定理（或公式）習題等解題的步驟精熟的程度。前面三章「統計」的基本概念，後測實施成效頗佳，或許與成人學習者社會經驗或生活知識有關，但是從第七章「抽樣分配」開始的「家庭作業」，因為學習者工作、家庭因素，改為「隨堂作業」，有課後複習的同學顯然比較能夠掌握習題解題的思考方向，對於沒有時間課後複習的同學，即使在自我演算的過程中，也是「懵懵懂懂」、「模模糊糊」，上台「練習」的過程中，必須有賴於「有能力同儕」的支援，才能夠順利解題。成人學習者因為扮演社會多重角色，對於家庭作業不會投入太多心力，但願意花時間在課前的預習與課後的複習，主要是因為習題沒有解答，算了半天也不知道對不對，容易打擊士氣與信心。此外，教學中的評量還包括學習者《統計學》概念形成過程、上台「練習」解題的步驟與師生或同儕對概念形成的言語互動等，學習者在教學中期，已能將「唸題目」、「分析題意」，以「放聲思考」的方式表達出對題目理解的程度。「概念形成」的過程，Vygotsky（1934/1962）主張，讓受試者面臨這樣的任務是必要的，逐步引入解決問題的工具，「概念形成」伴隨概念向其他物體的遷移（transfer），誘使受試者在談論物體時，使用新的術語，並以概括形式賦予新的意義（p.57）。

《統計學》課輔教學活動中，教學者鼓勵學習者上台「練習」，有助於刺激學習者思考，學習者解題過程中的問題也能夠被察覺。這種操作性評量（performance assessment），Stenmark（1991）認為是給學習者一份作業，然後觀察、訪談並查看她們的作品，以評估她們實際知道的和能夠做的是甚麼（p.13）。

評量作業要能診斷學習者統計知識的各個層面，包括知識部分的概念、原則、事實、術語，與理解部分的概念屬性、實例、定義與各種表徵間的轉換能力；並能有效反映學生思考的過程，以有效引導思考、矯正錯誤概念（劉秋木，1996）。T02 先以習題的示範，再以「直接教學」的方式告知學習者原則性的概念，鼓勵學習者自行思考、演練，以釐清題意轉變的意義。Skemp(1989)認為：「學習者必須在自己的腦海中，自行形成概念建構機制，教學者需要編排漸進式概念，程序分明的教材，更需要設計有感官經驗的學習活動」(p.48)。操作性評量的優點在於檢驗學習者解題的答案和過程，以顯示學習者的能力，可以個別實施，也可以團體實施，學習者在進行與考試關聯的作業，可以增進動機並了解用途，最後，教學者可以了解學習者的錯誤，並提供適當的補救，舊概念也經由不斷的刺激、回憶，可以加深學習者的印象。概念形成必須由學習者腦海中產生，教學者不能越俎代庖，教學者所能做的是儘可能在自然的學習過程中，提供最大的協助。

教學後的評量，可以作為補救教學或充實教學內容決策之參考（劉秋木，1996，p.223）。「總結性評量」中，無論是「模擬考」或是期中、期末考的「自編成就測驗」，評量所得的分數雖然代表成人學習者在教學活動中，學習成就的高低參考指標，但是評量的主要功能還是在於讓學習者清楚自己學習的成果，強調自我的前後比較，而不是學習者間相互的比較，《統計學》課輔教學中，學習者間不是「競爭者」，而是「合作者」，同儕藉由彼此的幫助、提攜，完成《統計學》的學習任務。

評量的工作一方面使教學者了解學生，以便調整教學，一方面則促使學生反省、思考，促進成長。Webb(1993)認為，評量的目的不僅在於了解學生的知識水準和成就，評量本身就有促進學習動機，幫助生長的功能。因此，評量作業要能促進生長，而非阻礙生長，強調注重答題過程的合理性，而非答案的正確性，以免誤導學習者對於學習成就錯誤的觀念。本研究在「概念形成」的評量呈現上，包括學習者模擬考試、期中考、期末考等的自編成就測驗的學習成績，尚包括教學者對學習者的個人評價與學習者的自我評價在內，目的在於

理解學習者的深度化理解歷程與學習成效。劉秋木（1996）主張，好的評量以增進學習者自我了解為重點，抽象的分數也許祇能讓學習者覺得驕傲或感到沮喪而已。除了實用目的必須給予分數外，最好能參酌質的評量，藉由教學者與學習者的評語，在理解、解題、態度、團體合作等方面的學習成就與性質的優缺點與困難所在。評量結果的記載可以表現學習者智慧成長的圖像，以作為以後指導的參考，而不是只有等第、分數或排名。總之，評量乃為教學之需要而實施，評量的結果應充分應用於教學。

《統計學》課輔教學活動中，「形成性評量」可以用來測試學習者對於「統計」概念、定義、定理或公式、步驟等理解的程度，有助於教學者了解學習者的困難、障礙產生的原因，針對問題給予回饋或澄清的機會，甚或調整教學進度或方式，十一次 T02 參與的課輔教學活動，對於「教學者鷹架」與「同儕鷹架」教學策略的應用，依據學習者的反應與教室情境，靈活、彈性的調整，藉由有效教學策略的使用，觀察學習者概念理解的情況。

Vella（1995）強調，由於每個人的學習能力與學習步調不盡相同，但評估學習結果的標準卻是一樣的（p.195）。她建議藉由行為、觀念與技能上的改變，以評估個人或團體成員的學習成果（p.196）。

整體《統計學》教學活動的評價上，隨著「教學者鷹架」過渡到「同儕鷹架」策略的實施，學習責任的遷移情況明確而有意義；學習者在教學中期，已能將「唸題目」、「分析題意」，以「放聲思考」的方式表達出對題目理解的程度；學習者在教學後期，由學習者擔任教學者的互惠式教學過程中，有能力同儕已能妥善運用教學工具（例如表格、圖示等），協助解釋題意，並進行結果說明。Merriam 與 Caffarella（1999）主張，成人學習者的發展不是發生在脫離脈絡的單一層面上，他的發展是在與心理、生物和環境因素的相互作用過程中持續發生（p.150）；這也說明了 Piaget 的研究，強調成人的認知發展係在質而非量上的發展變化，成人學習者在建構知識時的主動角色與被賦予的重要性，透過活動的學習與成熟的思考，使得學習成為自己責任（Tennant,1988,p.77）。

對學習者個人的評價上，有能力同儕的表現與課程投入的程度密切相關，

進而影響學習成效；在學習者的自我評鑑上，有能力的同儕學習表現充滿自信與企圖心，能力稍低的同儕則惶惶不安，學習過程充滿挫折。套用 Perry (1981) 以「位階」(position) 的觀念描述成人認知發展的歷程屬於順序、層級的觀念，從相對簡單的思考模式，到使用非常複雜的方式來認知和評價知識，發展可能是一次又一次的轉移，階段只是這條道路的休息站（引自 Merriam & Caffarella,1999）。這種「位階」和「轉移」的現象在有能力同儕與學習能力較低同儕的身上明顯易辨的。

在整體教學活動的評價上，隨著「教學者鷹架」過渡到「同儕鷹架」策略的實施，學習者學習責任的遷移情況，明確而有意義。Vella (1995) 強調，每位成人學習者都該為自己的學習行為負責，沒有老師能夠幫助你學習 (p.181)。

綜觀「概念理解」的過程中，在課輔教學初期，成人學習者以為知識來自權威人物，所有的問題都應該要有完整而正確的答案，隨著「教學者鷹架」策略的靈活應用，成人學習者會發展出自己的思維模式，對於知識具有不確定性，逐漸使用個人主觀的思維處理問題，「同儕鷹架」的實施，學習者會將知識放在社會的脈絡中加以理解，這與 King 與 Kitchener (1994) 的「反思批判模型」有異曲同工之處。

參．主要研究發現

一、學習者理解歷程的主要發現

(一) 在「先備條件」方面

成人學習者應該要有一般國中、高中數學的基本觀念，並主動尋求資源，補足《統計學》知識「先備條件」的不足。「先備條件」的檢視，應首先顧及成人學習者的感受，以降低學習的焦慮或不安；六位學習者參與課輔的動機不同，但是具備的「先備條件」卻十分有限；無論曾否修習過《統計學》，初始學習者

「先備條件」相當，隨著努力程度的不同，逐漸產生個別差異。

一般而言，「統計」的概念要憑一般的「常識」回應，並不容易；對於教學者的期望，成人學習者因為多重社會角色的扮演，對於「先備條件」的缺漏，課前預習與課後複習有助於「統計」觀念基礎的建立，增進進階概念的理解。教學者會「適時」地以舊概念應用到新知識的觀念基礎上，以建立學習者「先備條件」；教學者會視學習者個人投入的程度，「適度」的檢視學習者「先備條件」的多寡。

(二) 在「語義組織」方面

「語義組織」對學習者產生的困擾，發生在「先備條件」不足的情況下，且出現的頻率很高；當「先備條件」不足時，成人學習者會以「常識性」的概念解釋問題，教學者應立即給予澄清；由於《統計學》觀念有其特殊性，學習者在以「直觀」的方式進行理解時，教學者亦應立即給予回饋，以澄清觀念。

問題轉譯的過程中，陳述句間的連接詞會造成問題轉譯過程中的混淆概念；教學者與學習者事前的備課，可避免語義推敲過程中，混淆或忽略關係語句的相關屬性，並有助於解題活動中分析題意的脈絡關係。

《統計學》本來就是一種邏輯思維的程序，為了加強「語義組織」的理解，解題過程中，由唸題目、分析題意，鼓勵學習者主動參與，課堂「討論」有助於促進學習者思考，透過思考以釐清題意。

(三) 在「思維路徑」方面

統計思維其實就是思考的一種方法，學習《統計學》的重要關鍵就在於釐清和整理統計思維的程序；統計思維的具體過程，實際上就是不斷發現問題、解決問題的過程。

「思維路徑」的引導，可以將題目分解成部分，將過程分解成階段，配合圖示解說意義，有助於學習者將解題步驟「內化」成為概念知識；解題過程「由因導果」，從「已知」看「可知」，逐步推向「未知」，教學者試圖活化學習者的理解程度，具有鷹架的意義。當學習者對公式無法理解時，會以「直觀」的方

式推估「數值」，省略公式的步驟，也能得到答案，但不代表理解。

「自我中心語言」係解釋思維路徑的一種方式，有助於刺激思考邏輯的產生，解題過程中，遇到挫折或瓶頸，會回到原點重新思考，屬於不斷「嘗試」的過程；當教學者對解題過程充滿不確定性，「自我中心語言」的「放聲思考」方式對於思維路徑的引導可能產生負面的影響。

將新知識和舊知識以公式推導的方式進行比較，以釐清彼此間的脈絡關係，促進學習者邏輯思維；教學者會以「同理心」的自身學習經驗，容易引發學習者的注意與回饋；有能力同儕的「思維路徑」係自我鷹架的過程，有能力同儕「同儕語言」的表達，有助於統計觀念的理解。

(四) 在「概念形成」方面 (學習責任遷移)

學習者在教學活動中，已能將「唸題目」、「分析題意」，以「放聲思考」的方式表達出對題目理解的程度，有能力的同儕具有「示範」的作用；在學習者個人的評價上，有能力同儕的表現與課程投入的程度密切相關，進而影響學習成效；在學習者的自我評鑑上，有能力的同儕學習表現充滿自信與企圖心，能力稍低的同儕則惶惶不安，學習過程充滿挫折。在整體教學活動的評價上，隨著「教學者鷹架」過渡到「同儕鷹架」策略的實施，學習責任的遷移情況明確而有意義。

二、鷹架教學策略在學習者理解歷程應用的主要發現

(一) 鷹架教學策略在「先備條件」的應用上

有關「先備條件」的檢視，在鷹架教學策略的使用上 (如表 4-2-3)，教學者以「提問」的方式檢視學習者「先備條件」，或在學習者「練習」的過程中，引發舊概念與新知識的連結，為了降低學習者的緊張與不安，過程中「指引」與「提示」策略的應用，降低學習者在檢視過程中的窘境與不安，「直接教學」，輔以「教學工具」的使用 (例如圖示、表格或彙總等)，有助於刺激學習者思考，並產生「先備條件」的連結。

表 4-2-3 「先備條件」檢視過程中鷹架教學策略應用彙總表

教學情境	主要鷹架策略	次要鷹架策略	教學功能
先備條件檢視	提問		蒐集學習者對於新概念理解的程度，作為該主題切入與重點講述的參考
先備條件檢視	提問	提示、指引	「提問」過程中，教學者會視學習者的反應，直接給予答案，或輔以「提示」、「指引」策略的應用，引導學習者思考，並降低學習者在檢視過程中的窘境或不安
舊概念融入新知識	練習	提示、指引	鼓勵學習者上台「練習」，運用舊概念融入新知識，並以例題或習題進行演算，必要時輔以「提示」、「指引」策略的應用，有助於刺激有能力的學習者思考，對於學習能力較差的學習者，也能夠有效將舊概念連結到新知識的基礎上，並給予鼓勵
先備條件連結	直接教學	教學工具(例如圖示、表格、彙總等)	有助於刺激學習者思考，並產生「先備條件」的連結

(二) 鷹架學策略在「語義組織」的應用上

有關「語義組織」的解析，在鷹架教學策略的使用上（如表 4-2-4），教學者可以藉由「示範」、「練習」的過程中，鼓勵學習者思考題意，並引發「回饋」或「討論」，由學習者以「放聲思考」的方式表達他對題意的理解，教學者或有能力的同儕，對於學習者錯誤的認知，應給予適時、適切的「提示」、「指引」或「澄清」，避免無謂的「討論」，耗費教學時間；「類比譬喻」或「教學工具」使用，有助於學習者對語義的理解。「直接教學」的方式無助於「語義組織」的理解。

表 4-2-4 「語義組織」理解過程中鷹架教學策略應用彙整表

教學情境	主要鷹架策略	次要鷹架策略	教學功能
例題或習題的演算過程	練習		以熟悉問題呈現的方式
例題或習題的演算過程	討論	示範、澄清、回饋	解題過程中，呈現出師生互動的「討論」情況，學習者也會在「回饋」的過程中，以「常識性」的觀念測試自己的理解程度
例題或習題的演算過程	討論	示範 教學工具	解題過程中遭遇到困擾，學習者會主動提出個人常識性經驗，形成教室中「討論」的教學情境
例題或習題的演算過程	直接教學	類比譬喻 教學工具	「類比譬喻」或「教學工具」(例如表格)的使用扮演學理與實務間的橋樑，有助於成人學習者理解或釐清重要概念的意義
複雜而多元的概念學習		提問	採「直接教學」的策略並不適合成人學習者，學習者只能藉由「提問」釐清自己的觀念
學習者以直觀方式進行理解	練習	回饋或澄清	學習者在以「直觀」的方式進行理解時，教學者應立即給予「回饋」或「澄清」
「先備條件」不足	回饋	澄清	過多的「討論」可能只會耗費更多教學的時間，無助於學習者正確的思考

(三) 鷹架教學策略在「思維路徑」的應用上

有關「思維路徑」的引導，在鷹架教學策略的應用上(如表 4-2-5)，教學者藉由「直接教學」與「示範」，係以理論運用於實務的解題過程，「練習」過程中，鼓勵學習者思考題意，「教學工具」的使用(如圖示)，有助於學習者將解題的步驟「內化」成為概念知識；教學者或有能力的同儕，對於學習者錯誤的認知，會給予適時、適切的「指引」或「提示」，給予學習者正確的「思維路徑」；隨著學習者對《統計學》觀念的逐漸熟悉，學習者對於「直接教學」中的「提問」，會立刻給予回饋，學習者對於個人的「提問」，也會引發教學者的「一

對一鷹架」;「提示」與「指引」策略的應用,可以確認學習者的「思維路徑」,「回饋」與「澄清」有助於統計觀念的理解,並釐清新知識和舊知識彼此間的脈絡關係。

表 4-2-5 「思維路徑」引導過程中鷹架教學策略應用彙整表

教學情境	主要鷹架策略	次要鷹架策略	教學功能
例題或習題	示範	教學工具	有助於學習者將解題的步驟「內化」成為概念知識
定理、公式的意義	教學工具(如圖示)		由生活經驗出發,容易望文生義,有助於學習者多重感官學習,並培養學習者「系統化」思維
例題或習題	示範	提問	引發「一對一鷹架」
例題或習題	示範	提示、指引	有課前預習的學習者會比較「有感覺」
例題或習題	提問	回饋、教學工具(圖示)	採「提問」方式引發教室互動,演算時刺激學習者「回饋」,最後藉由「教學工具(圖示)」的使用驗證解題目標
學習者上台練習	練習	提示、指引	確認學習者解題的路徑;學習者會以直觀的方式推估「數值」,省略公式的步驟,也能得到答案
公式推導過程	澄清、示範		有助於統計觀念的理解,並釐清新知識和舊知識彼此間的脈絡關係
自身學習經驗	直接教學	回饋	引發學習者的注意與「回饋」
新概念教學	直接教學、示範		將理論運用於實際的解題過程

(四) 鷹架教學策略在「概念形成」的應用上

最後,在「概念形成」評量鷹架教學策略的應用上(如表 4-2-6),前測與後測的實施,會使用較多的「提問」、「回饋」策略,過程中輔以「提示」、「指引」與「讚美鼓勵」等非消極性語言,以緩和學習者的緊張情緒;在後測實施過程中,「示範」、「澄清」、「嘗試錯誤」策略的應用有其必要性,以加深學習者學習印象;自編成就測驗的解題過程,由教學者「提問」,並指定學習者「回饋」,

或上台「練習」解題，並給予「鼓勵」；「教學者鷹架」的引導，會視實際情況給予學習者「提問」、「提示」、「澄清」與「鼓勵」，並由學習者的「回饋」中，捕捉「同儕鷹架」策略的實施；舊概念藉由「提問」、「指引」、「澄清」，不斷的刺激回憶，可以加深學習者印象；鼓勵學習者上台「練習」，有助於刺激學習者思考；先以習題的「示範」，再以「直接教學」的方式告知原則性的概念，鼓勵學習者自行思考、演練，以釐清題意轉變的意義，思考必須要經過學習者的思路才能夠產生教學的效果；將冗長的文字，以抽象化的概念（圖示）「示範」來呈現，過程中，隨時監控學習者的反應，輔以補充性概念「提供類比」，以加強學習印象。

表 4-2-6 鷹架教學策略在「概念形成」評量應用彙總表

教學情境	主要鷹架策略	次要鷹架策略	教學功能
形成性評量 (前測、後測)	提問、回饋	練習、提示、指引、澄清、讚美、鼓勵、嘗試錯誤	緩和學習者的緊張情緒，以加深學習者學習印象
總結性評量 (期中考解題)	提問、回饋、	練習、澄清、讚美、鼓勵	自編成就測驗的解題過程
總結性評量 (模擬考解題)	提供解釋、口語、工具使用	提問、指引、澄清、回饋、讚美、鼓勵、	「教學者鷹架」的引導，會視實際情況給予學習者「提問」、「提示」、「澄清」與「鼓勵」，並由學習者的「回饋」中，捕捉「同儕鷹架」策略的實施
舊概念複習	提問、指引、澄清、練習		舊概念藉由「提問」、「指引」、「澄清」，不斷的刺激回憶，可以加深學習者印象；鼓勵學習者上台「練習」，有助於刺激學習者思考
習題演練(1)	示範	直接教學	先以習題的「示範」，再以「直接教學」的方式告知原則性的概念，鼓勵學習者自行思考、演練，以釐清題意轉變的意義，思考必須要經過學習者的思路才能夠產生教學的效果
習題演練(2)	示範	提供類比	將冗長的文字，以抽象化的概念（圖示）「示範」來呈現，過程中，隨時監控學習者的反應，輔以補充性概念「提供類比」，以加強學習印象

《統計學》的認識活動並非直線性、封閉性的過程，而是一種發展與改進的過程，其中包含交流、反思、改進與協調的過程（鄭毓信，1998）。《統計學》課輔教學活動中，學習者「先備知識」的檢視、「語義組織」的解析、「思維路徑」的引導與「概念形成」的評量，正好反應出學習者「統計」概念理解的脈絡。