

第一章 緒論

本章共分為四節，第一節描述研究者的研究動機，第二節則提出本研究的研究目的，並根據此研究目的，在第三節列述三個研究問題，最後一節則對研究中的相關名詞加以解釋說明。

第一節 研究動機

依照皮亞傑的認知發展理論來看，我國國小數學大多著重在具體操作的算術教學，而國中數學課程的安排，則以形式運思期的抽象思考和邏輯推理為主，著重在抽象的符號運作。因此，在國中數學課程中，代數扮演了非常重要的角色，而這其中又以「方程式」佔了最大的份量。由「方程式」所延伸出來的主題就包含了一元一次方程式、一元一次不等式、二元一次聯立方程式、一元二次方程式、一次函數及多項式……等主題。Bell (1995)也強調方程式學習的重要性，他認為比起算術的方法，運用方程式來解決問題，是較普遍也是更容易了解的方法。在國小階段的數學課程主要強調算術解題，和方程式相關的代數學習，僅限於介紹符號和單步驟的運算。學生到了國中階段，在學習代數應用問題時，常必需透過方程式來解答問題，這種解答的方式不只涉及到計算能力，更涉及學生的概念理解能力。雖然九年一貫數學課程在這方面是採漸進的方式，引導學生從算術思維轉變到代數思維，但還是有許多學生在學習上適應不良。

1988年在匈牙利首都布達佩斯召開數學教育全球大會(ICME-6)時，巴西數學教育家所作的報告指出，若將一些日常生活上的數學問題轉變成應用題來考學生，結果只有37%不到的學生會做。他們不是沒有數學能力，而是以文字敘述來表達題目時，學生無法體會題目中文字敘述的情境設計，而出現學習障礙(Balacheff, 1990)。而2006年美國國小數學能力檢測在台測驗結果發現，我們小六、國一學生整體成績偏低，學生雖然計算能力不差，甚至優於美國學生，但理解、推理能力明顯不足，遇到幾何圖形、或要推理、轉折的敘述性題目，就考不好(聯合晚報，民95)。研究者在過去教學經驗中發現，學生在解決例行性的計算題，只要經由反覆練習，多半都能得心應手，但面對一些例行性的應用問題則感到恐懼不安，且經常不知如何下手，更不要說是非例行性的應用問題。同樣地，在國中面對方程式的運算時，大部分的學生在熟練後，皆能輕易地解決一般方程

式的計算，但在面對方程式應用問題時，對於「要如何運用數學符號陳述問題、列出方程式」，學生卻有著很深的挫折感和無力感，即使成績相當優秀的學生也沒有成功解題的把握。Berger & Wilde (1984)也發現，即使在代數方程式方面是很成功的解題者，在解應用問題方面也和班上一班同學一樣有著學習困難。

Lester (1989)指出由於解題是一項複雜的認知活動，所需要的不只是直接應用一些數學知識而已，成功的解題必需要解題者從事一項多變的認知活動，而這些認知活動所需要的知識和技巧並非一成不變。解方程式應用問題的過程，需先閱讀題目、瞭解題意、再依照題目所提供的訊息集合所學的知識及策略，然後應用這些知識和策略列出方程式並計算出答案，因此，閱讀題目並瞭解題意是解應用題的重要關鍵。有很多學生在解題時，往往突破不了第一道關卡，以致於無法順利進行。Allan (1999)的研究指出，解文字題最基本的困難是來自於學生無法了解隱藏在文字底下數學問題的結構，無法理解問題的結構常會導致選擇錯誤的解題策略，所以瞭解題意是成功地解文字題最重要的任務。瞭解問題結構後，學生需對問題的理解及對問題所牽涉的數學知識進行運作成某種心理表徵，De Corte 等人(1985)認為，一個好的解題在形成問題結構的心理表徵是一種語文輸入和語意問題基模兩者互動形成的，因此，心理表徵是解題者選擇可行的解題策略的基礎。教師若想幫助學生選擇解題策略，則必需瞭解學生內在的心理表徵。因此研究者認為，學生若能學會將自己內在的心理表徵透過圖像、符號或文字的記錄呈現出來，這些外在的表徵將可成為師生溝通的媒介。

說和寫是人類溝通、表達觀念最常使用的方法。從口說到圖文的表達，也是人類符號思考發展的重要進階(Vygotsky, 1961/1998)，寫作從面對面的口語溝通，轉換到使用文字、符號、圖形與想像的閱讀者溝通，是一種邏輯思考能力的表現。長久以來，人類就一直使用寫作活動來學習數學，而數學的發明和流傳也都需要透過文字和符號加以闡釋與記錄：數學家和數學教育家同樣都常以信函的方式，溝通數學或數學教育的觀念，也會經由論文與期刊的發表讓世人瞭解他們的想法，或透過教科書的撰寫來傳達數學內容和概念；數學老師則常在課堂中，藉由黑板上的各種圖像、符號、文字等表徵來輔助教學，由此可知，寫作的確在數學知識的溝通和傳播上佔有相當重要的地位。相信大家在學習的時候會有類似下述的經驗：當自己動筆去整理所學習的內容，會使得原本混亂的思維變得井然

有序，甚至在寫下的過程中，讓寫作者有一個反思的機會，因而常會孕育出新想法或產生新連結。而且對於一些個性較內向害羞，不善於口語表達的學生，若改以寫作的方式去表達他們的想法，往往會使學習效果大為提昇。

數學寫作是將寫作整合至數學課程中的活動，它是一種新的數學學習策略，在數學教育逐漸成為一個重要的主題(Miller, 1992)。Brown (1993)主張應用寫作活動時，學生必須描述他們所參與的活動狀況，知覺其描述情形的關係，以及學習用數學語言、符號的表徵方式。劉祥通、周立勳(民 86)廣義的認為，凡是促使學習者解釋、省思、回顧、組織或連結數學的書寫與記錄活動，均可稱為「數學寫作活動」。魏宗明(民 86)則將數學寫作定義為數學表徵活動之一，指學習者透過紙筆以學習日誌、報告或故事等方式將個人的數學想法、概念、技巧和解題過程呈現出來，藉此與人溝通。薛麗卿(民 88)更進一步指出，數學寫作活動的目的並非僅止於將所學習到的數學知識片面零碎的記錄在紙上，當學生進行不同表徵的學習時，更重要的是自行統整歸納出數學想法的過程。因此，數學寫作不僅是展現自己原來所知的數學知識，更是一種在紙上反思的活動，學生在寫作過程中必需系統性地組織舊認知與新的知識、概念或策略，省思後再將這些訊息重新建構個人的知識，並且重新用自己的語言記述下來。

早在 1989 年，NCTM 即建議將寫作納入數學教學中：「數學課程應該包含語言和表徵能力的發展以溝通數學想法，故所有學生應能夠反應、澄清他們對數學概念及想法的思考過程，並能以口述及寫作的方式將數學想法表達出來」。此外，很多數學教育的學者(Miller, 1992; Morgan, 1998; Whitin & Whitin, 1998)都倡導以寫作來帶動學習，即所謂「writing to learn」的數學學習法，它是一種記錄數學、詮釋數學、溝通數學及分享數學的方法。這種方法的理念不只是將知識看成事實與觀念的組合，也不只是將內心已存有的觀念做簡單的轉譯，它同時還將學習與寫作都看成建構意義的過程，在這個過程中使學習者連結已知知識和正在學習的知識。

二十幾年來，數學寫作在數學教育界成了一個重要的主題，國內外有關數學寫作研究漸漸受到重視，有越來越多學者專家肯定數學寫作在數學學習上的功效(Miller, 1992)：寫作幫助學生組織與整理數學概念，並且在一些觀念中尋找關連，尤其是聯結學生的直覺想法、數學語言與抽象符號。Burns (1995)也認為，數學

寫作有助於學生主動思考及學習數學，經由寫作的過程去考驗自己的想法及反應學習所得，因而加深、加廣其理解的範圍。Dougherty (1996)認為，數學寫作是學生自我評量的一種，學生在進行此項工作時，可以覺察到自身理解數學概念的成長以及解釋數學概念的能力。此外，師生間可以藉由寫作活動展開個別對話及溝通，數學寫作更有助於提供老師評估或評量學生如何學習和思考數學(Borasi & Rose, 1989)。可見，數學寫作可以促進學生理解數學概念、提供學生回顧學習及自我省思的機會，還可以增進師生溝通互動、並且幫助教師進行教學診斷，除了對學生而言是重要的學習方法，對數學教師而言更是一項教學利器。那麼數學寫作對於數學解題這麼一個複雜的認知活動，會產生什麼樣的影響呢？

劉祥通(民 83)對寫作與解題歷程做分析後，看出兩者的思考歷程幾乎相互對應的；而 Miller (1992)指出寫作活動有助於提升學生閱讀、定義、假設的能力，引發問題解決的方法和知識的建構。國內外有不少學者(Bell & Bell, 1985; Burks, 1993; 魏宗明，民 86; 周立勳與劉祥通，民 87; 薛麗卿，民 88; 莊璧華，民 93)進行數學寫作實徵性研究，探究寫作活動對學生解題能力及學習態度的影響。多數結果發現數學寫作有助於解題能力的提升，且更進一步改善了數學態度。但國內數學寫作與解題相關的研究中，研究對象大部分皆為國小學生，對國中生進行寫作活動的研究較缺乏，且研究目的較多在探討寫作與解題能力的關係上，較少探究寫作對解題歷程的影響，故研究者除了如同以往的研究，視成就表現為解題能力是否提升的一個指標外，將聚焦於國中方程式應用問題的學習，依循解題歷程發展一套寫作活動，更深入地從學生解題歷程上的改變來探討。

第二節 研究目的

瞭解數學寫作活動對國中生方程式應用問題的成就表現及數學態度的影響，並探討透過寫作活動，其在解題歷程上的改變。

第三節 研究問題

根據上列的研究動機與目的，本研究提出下列的研究問題：

1. 數學寫作活動是否會影響國中生在解方程式應用問題的成就表現？
2. 國中生在透過寫作活動的進行，其解題歷程有哪些改變？
3. 數學寫作活動對國中生學習解方程式應用問題時的數學態度有哪些影響？

第四節 名詞釋義

一、數學寫作活動 (mathematical writing activity)

「數學寫作」是藉由學習者將個人對數學的意義、想法、概念及思考過程，透過文字等表徵方式呈現出來，它同時也是一種紙上思考的活動，在寫作的過程中，有系統地組織舊認知與新的知識、概念或策略，省思後再將這些訊息重新建構個人的知識。寫作活動有很多種形式，包含摘要(summaries)、報告(reports)、文字題(word problem)、論文(essays)、筆記(notetaking)、自由寫作(freewriting)、日誌(journals)……等。而本研究的「數學寫作活動」，即是以解方程式應用題為主要內容，選取了「摘要」、「解釋」、「文字題」、「寫信」、「自傳寫作」、「標題寫作」等方式來進行數學寫作，並且針對每堂課編輯對應的「數學日誌」家庭作業。

二、方程式應用問題 (equational word problem)

應用問題(或稱「文字題」)在中小學的數學課程中佔有很重要的地位，從小學開始，應用問題普遍存在於數學課程的各單元中，它提供學生一種運用計算能力於各種情境的機會，雖然它大都是藉由文字的形式來敘述題目，卻不直接陳述需要使用哪一種計算過程來解題(陳啟明，民 89)。Lave (1992)認為應用問題是孩童將學校所學的數學，轉換成未來進入世界所需用到的一種學習工具。Cummins (1991)認為應用題是以日常生活事件為材料，並用語文形式來描述數學情境。因

此，應用問題的特色是用語言來描述數學情境問題，提供學生將所學的數學知識、概念及計算技巧運用於各個情境，而方程式應用問題(即「代數文字題」)特別指那些需透過列出方程式來解題的應用問題。而本研究中，方程式應用問題是指七、八年級數學教材中，需列方程式來解題的應用問題，所列的方程式包括一元一方程式、二元一次聯立方程組、一元二次方程式。這些應用問題是以文字描述，學生必需從中找出重要條件，並設未知數，然後列出含有未知數的等式，求出方程式的解後，再依题目的情境選出合適的答案。

三、解題歷程 (problem solving process)

解題歷程是指解題者在解決問題時，從開始到找出結果的心理運作的過程。解題者在進行解題時，不論解出的答案是對是錯，其心理必然會經歷一系列的符號轉換及一些舊經驗提取的動作，這些為了解決問題而產生的心理過程或動作，統稱為解題歷程。而本研究所指的解題歷程是在探討學生解方程式應用題時的心理歷程，採用 Schoenfeld (1985)解題歷程的說法，分成讀題、分析、探索、計劃、執行、驗證六個階段。

四、成就表現 (achievement)

本研究所稱的成就表現是指，學生在解方程式應用問題的成就表現。本研究係以受試者在研究者自編的「方程式應用問題前測試卷」及「方程式應用問題後測試卷」答對題數之差異為成就表現的指標。後測比前測答對題數增加，表示受試者在解方程式應用問題的成就表現上有所提升。

五、數學態度 (mathematics attitude)

數學態度係指，個人對於數學的一般性觀感、看法、喜歡或厭惡的程度，也是個人對數學所持有的一種具有持久而又一致的行為傾向(魏麗敏，民 77)。本研究所指的數學態度特別指的是「學習應用問題的態度」，選自曹宗萍與周文忠(民 87)數學學習態度中「學習數學的信心」、「數學探究動機」、「數學焦慮」的三個分量表的題目，修改而成。修改方式是將問題中「數學」這個詞，都以「應用問題」替代。給分標準採用李克特式(Liker-type)五點量表的計分方法，得分愈高表示其數學態度愈積極、正向；得分愈低，則表示其數學態度愈消極、負向。