第二章　文獻探討

2.1　有限元素法介紹

2.1.1　有限元素法簡介

有限元素法(Finite Element Method, FEM)是眾多數值分析方法的一種，因其使用積分公式法來創造一個代數方程式的系統，因而能求解複雜的幾何形狀或是邊界條件，並能廣泛運用在工程上的各種問題，無論是穩態或暫態、結構線性或非線性的應力分析、熱傳分析、流體力學分析及電磁分析等皆可應用有限元素法求解而得。

古代數學家計算圓周長所使用的分段法，而計算出圓周率之π值即是使用有限元素法之概念，而現代之有限元素法起源可追溯到 1990 年早期，當時一些研究者用相同的不連續彈性桿來模擬和塑造連續彈性，而 Courant 被認定為第一個發展出有限元素的人，Courant 在 1940 年早期時所發表的文件中，使用連續的多項式內插三角形區塊，來研究扭曲的問題。1950 時，波音(Boeing)公司採用了有限元素法，利用三角形應力元素來模擬機翼，直至 1960 年，Clough 定名"有限元素法(Finite Element Method, FEM)"才廣為流傳。

有限元素法是將所處理的問題空間，離散成有限個元素，透過力學最低能量原理(Minimum Potential Energy Theorem)或泛函極值定理(Stationary Functional Theorem)轉成一組線性聯立方程式再去求解，處理過程簡明方便，所以有限元素法在各個領域已被廣泛的應用。有限元素法最大的優點，就是不論描述系統的方程式多麼困難、物體的幾何形狀與邊界條件多麼複雜、材料組成的千變萬化，都能適當地處理計算。當然，有限元素分析並不能替你解決問題，它只能幫助你了解問題，提供解決問題的線索，這點是非常重要的觀念。因此，在分析完成後必須檢驗分析結果

的合理性，及充分了解分析結果的物理意義[3-5]。

有限元素法並非全無缺點，以下表2-1列舉常用之三種數值方法的優劣比較，以供使用數值分析前之參考：

表 2-1　數值分析方法之優劣比較[6]

數值分析方法	優　點	缺　點
有限元素法	1. 線性、非線性問題均可求解。 2. 程式設計易於系統化、一般化。 3. 內插函數(interpolation functions)之選擇可隨問題所需精度而調整。 4. 對材料性質變異性較具彈性。 5. 現行套裝軟體多，如：ANSYS、NASTRAN、ABAQUS、DYNA 3D、MARC…等。	1. 需對整個區域(Domain)做離散，所需計算機容量大。 2. 不適於無限域或半無限域問題的求解。 3. 應力計算常需做微分處理，產生較大誤差與不連續性。 4. 力學上蒲松氏比(Poisson's ratio)接近0.5時($\nu = 0.5$)，需特別處理。
邊界元素法	1. 僅需對邊界(Boundary)做離散，所需計算機容量小。 2. 處理過程僅限於邊界，誤差僅限於邊界。 3. 求出結果不需做微分運算，可得較精確與平滑的解。 4. 適於無限域或半無限域問題的求解。 5. 力學上蒲松氏比(Poisson's ratio)接近0.5時($\nu = 0.5$)，不需特別處理。	1. 控制方程式基本解通常不易求得，尤以非線性問題。 2. 奇異積分、角點(Corner)、外域音場需特別處理。 3. 考慮之問題為細長形將有較大的誤差。 4. 現行套裝軟體少。
有限差分法	1. 理論簡單(Taylor’s Expansion)。 2. 線性、非線性問題均可解。	1. 邊界不規則時須特別處理邊界條件。 2. 程式設計難系統化。

2.1.2 ANSYS 套裝軟體簡介[7-8]

1963 年，ANSYS 軟體創辦人 John Swanson 博士任職於美國賓州匹茲堡西屋公司的太空核子實驗室，其研究工作之一是為核子反應火箭作應力分析。因為其工作上的需要，所以 John Swanson 博士寫了一些程式來計算加載溫度和壓力結構的應力和變位。經過幾年之後，此種方法建立在 Wilson 博士原有的有限元素法熱傳導程式上，則擴充了不少的三維分析程式，包括了板殼、塑性、非線性、潛變、動態全程等，此程式當時命名為 STASYS(Structural Analysis System)。

John Swanson 博士當時即相信，利用此種整合及一般性的有限元素法程式來取代複雜的手算，可以替西屋與其他公司省下大量的人力和金錢。不過當時西屋並不支持這樣子的想法。因此 John Swanson 博士在 1969 年離開西屋，在匹茲堡附近創立了自己的公司 Swanson Analysis System Inc(SASI)。在初期時，John Swanson 博士使用打洞器在電腦輸入卡上打洞以作為輸入程式之用，並且租用美鋼鐵公司的大型電腦做運算。1970 年商用軟體 ANSYS 宣告誕生，而西屋也成為 Swanson Analysis System Inc (SASI)的第一個客戶。

隨著現代科技資訊的急速發展，電腦已成為各界人員所必備之研究工具，設計工程師常用來計算分析其所設計的產品，進而達到輔助設計分析的目的。工程師可以在電腦上模擬結構物在受到外力影響後所產生的應力及應變情形，且可以計算結構物在動態方面，如振動頻率或其他方面的特性，因此利用電腦輔助分析的技巧，工程師可以快速的在電腦上驗證產品的設計，並且提高產品生產時的生產良率與產品的品質。目前這種技巧，已經普遍獲得企業界的認同與採用。

以 ANSYS 的結構分析來說，一般在對結構物做可靠度分析時，其內

容包括下列各點：[9]

1. 外力載荷與邊界條件之分析：熱傳、流體力學及接觸分析。
2. 結構穩定度：挫屈分析。
3. 結構強度與硬度：應力和變形分析。
4. 結構耐久性分析：構件疲勞、潛變及塑性分析。
5. 結構振動性質：簡諧外力、模態及動態之全程分析。
6. 結構瑕疵：破壞力學之分析。
7. 結構物耐撞程度：撞擊分析。
8. 非線性分析：幾何非線性、材料非線性及接觸分析。
9. 結構除錯及判斷。
10. 細部分析：邊界斷面分析或附屬模型之分析。
11. 結構物對設計變動的敏感度探討：最佳化設計。

ANSYS 套裝軟體在使用上有兩種基本的執行模式，即批次模式(Batch mode)及圖形介面模式(Graphics mode)。批次模式是以指令輸入，此模式必須是對 ANSYS 程式相當熟練者才有辦法駕輕就熟，雖然在使用上會有比較多的指令要熟記，但是對於後續的後處理作業需作修改時，則方便了許多，而且可以把指令檔以純文字檔儲存，其檔案容量小且攜帶非常方便；ANSYS 的圖形介面有六個主要單元視窗，包括了功能選單(Utility Menu)、主選單(Main menu)、工具列(Toolbar)、圖形顯示窗(Graphics)、指令鍵入視窗(Input)及回饋輸出窗(Output window)。

ANSYS 在架構上除了具備有前處理階段(Preprocessor)、求解階段(Solution)及後處理階段(Postprocessor)三個基本模組外，還有包含最佳化設計和其他一些特殊功能的模組。ANSYS 分析處理作業之流程圖如圖 2-1 所示。

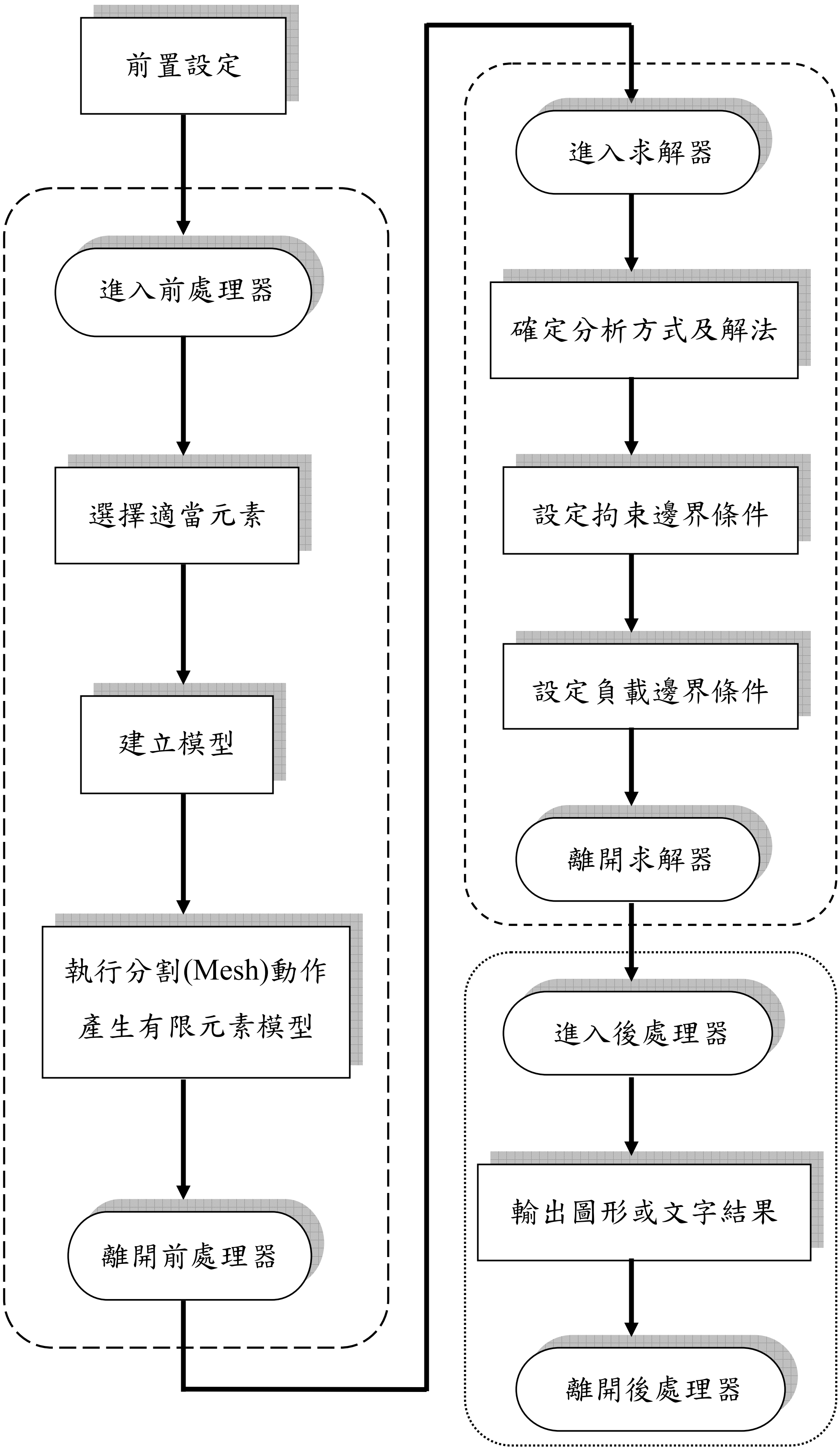


圖 2-1　ANSYS 分析處理作業流程圖

2.2 理論分析[10-11]

2.2.1 熱學模式分析

根據熱力學第一定律，表面為 S 所包圍之體積內，其熱傳能量平衡方程式為：

$$-\left(\frac{\partial R_x}{\partial x}+\frac{\partial R_y}{\partial y}+\frac{\partial R_z}{\partial z}\right)+Q(x,y,z,t)=\rho C_p\frac{\partial T(x,y,z,t)}{\partial t} \tag{1}$$

R_x, R_y, R_z ：heat flow rate per unit area in x, y, z direction

$Q(x,y,z,t)$ ：heat generation rate per unit volume

ρ ：density

C_p：specific heat

$T(x,y,z,t)$ ：temperature

t：time

假設在物體內之熱傳導具有方向性，同時應用傅利葉定律(Fourier law)可得：

$$R_x=-k_x\frac{\partial T}{\partial x} \tag{2a}$$

$$R_y=-k_y\frac{\partial T}{\partial y} \tag{2b}$$

$$R_z=-k_z\frac{\partial T}{\partial z} \tag{2c}$$

k_x, k_y, k_z ：thermal conductivity coefficient in x, y, z direction

在本研究中因考慮材料非線性特性的情況，故 k_x, k_y, k_z, ρ, C_p 均視為溫度的函數，而將式(2)代入式(1)中可得：

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(k_x \frac{\partial T}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(k_y \frac{\partial T}{\partial y}\right)+\frac{\partial}{\partial z}\left(k_z \frac{\partial T}{\partial z}\right)+Q=\rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} \tag{3}$$

式(3)為暫態之熱傳統御方程式，可再代入初始條件與邊界條件即可得完整的解。

1. 初始條件(Initial Condition, I.C.)：

$$T(x, y, z, 0)=T_0(x, y, z) \tag{4}$$

2. 邊界條件(Boundary Condition, B.C.)：

$$\{q\}^T \cdot \{\eta\}=-h_f\left(T_b-T_s\right) \tag{5}$$

$\{q\}$：heat flux field

$\{\eta\}$：unit outward normal vector

h_f：film coefficient

T_b：bulk temperature of the adjacent fluid

T_s：temperature of the surface of the model

將熱傳統御方程式及其所考慮之邊界條件改寫成有限元素矩陣形式，可推導得：

$$[C]\cdot\{T_e\}+[K]\{T_e\}=\{F_e\} \tag{6}$$

其中

$$[C]=\int_v \rho \cdot C_p \cdot [E]\cdot[E]^T \cdot dV$$

$$[K]=\int_v [E']^T \cdot [k]\cdot[E']\cdot dV+\int_S h_f \cdot [E]\cdot[E]^T \cdot dS$$

$$\{F_e\}=\int_v Q\cdot[E]\cdot dV+\int_S h_f \cdot T_B \cdot [E]\cdot\cdot dS$$

$$[E']=[L]\cdot[E]^T$$

$\{T_e\}$：nodal temperature field

$[E]$：element shape functions
$[k]$：thermal conductivity matrix
$[L]$：differential operator matrix

由式(6)便可求得$\{T_e\}$，在將熱學模式中所求得之節點溫度場$\{T_e\}$代入力學模式分析，即可求得應力與應變。

此外，由於銲接過程是屬於急速加熱、冷卻的非線性熱循環過程，因此銲接材料之特性，如：降伏應力(yield stress)、彈性係數(elastic modulus)、熱膨脹係數(coefficient of thermal expansion)、熱傳導係數(coefficient of thermal conductivity)、密度(density)及比熱(specific heat capacity)等，在銲接的過程中皆會隨著溫度的改變而有所變化。圖 2-2 為每一個時間的材料係數乃是以前一個時間間隔之材料特性係數的平均值來作運算，而其運算方式則是取前兩個時間間隔以外插方式來求得前一個時間的瞬間溫度 $T(\tau)$：

$$T(\tau) = T(t-\Delta t) + \frac{\tau}{\Delta t}\left[T(t-\Delta t) - T(t-2\Delta t)\right] \tag{7}$$

假設 g 為隨瞬間溫度 $T(\tau)$而改變的材料特性係數，亦即其為瞬間溫度之函數。因此在時間為 t 時之材料特性係數，便可由式(8)求得：

$$g = \frac{1}{\Delta t}\cdot\int_{t-\Delta t}^{t} g\left[T(\tau)\right]\cdot d\tau \tag{8}$$

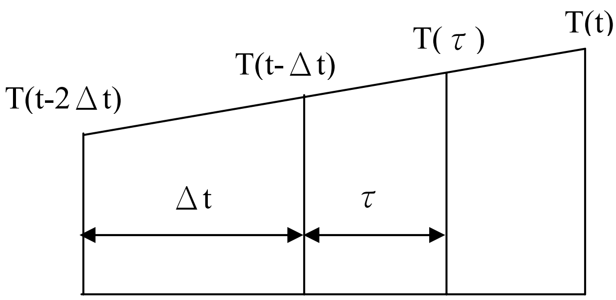


圖 2-2　以外插方式求瞬間溫度之示意圖

2.2.2　力學模式分析

2.2.2-1　力平衡方程式

$$\sigma_{ij,j} + \rho \cdot f_i = 0 \text{ 且 } \sigma_{ij} = \sigma_{ji} \tag{9}$$

σ_{ij} ：stress tensor

f_i ：body force

將力平衡方程式(9)利用虛功原理與散度定理亦可改寫成有限元素矩陣型式：

$$\int_V \{\delta\varepsilon\}^T \cdot \{\sigma\} \cdot dV = \int_S \{\delta u\}^T \cdot \{P\} \cdot dS + \int_V \rho \cdot \{\delta u\}^T \cdot \{f\} \cdot dV \tag{10}$$

設

$$\{\delta\varepsilon\} = [B] \cdot \{\delta U_e\} \tag{11a}$$

$$\{\delta u\} = [N] \cdot \{\delta U_e\} \tag{11b}$$

$$[B] = [L] \cdot [N] \tag{11c}$$

$\{\sigma\}$ ：stress field

$\{\varepsilon\}$ ：strain field

$\{u\}$ ：displacement field

$\{P\}$ ：surface force field

$\{f\}$ ：body force field

$\{U_e\}$ ：nodal displacement field

$[B]$ ：strain displacement shape functions

$[N]$ ：displacement shape functions

將式(11)代入式(10)可推導得：

$$\int_V [B]^T \cdot \{\sigma\} \cdot dV = \{R\} \tag{12}$$

其中

$$\{R\} = \int_S [N]^T \cdot \{P\} \cdot dS + \int_V \rho \cdot [N]^T \cdot \{f\} \cdot dV \tag{13}$$

由於上述所推導之公式均假設為線彈性分析下之有限元素模式，然而實際上在進行彈塑性分析的過程中，節點之位移函數為一非線性函數，因此需使用疊代法來求其位移解。此外，在彈塑性分析的過程中，必須要先瞭解節點之變形歷程，然後才能藉由作用力變化之增量分析，進而求得位移與應力之變化量。

在使用增量分析上，首先將作用於結構之總負荷$\{R\}$以逐步增量的方式加入，亦即對於在第(m+1)步時，其負荷可表示為：

$$^{m+1}\{R\} = {}^{m}\{R\} + \{\Delta R\} \tag{14a}$$

至於其相對應之應力，則可表示為：

$$^{m+1}\{\sigma_e\} = {}^{m}\{\sigma_e\} + \{\Delta\sigma_e\} \tag{14b}$$

藉由式(12)可將式(14)表示為：

$$\int_V [B]^T \cdot \{\Delta\sigma_e\} \cdot dV = {}^{m}\{R\} + \{\Delta R\} - \int_V [B]^T \cdot {}^{m}\{\sigma_e\} \cdot dV \tag{15}$$

接著將式(12)代入式(15)可推導得：

$$\int_V [B]^T \cdot \{\Delta\sigma_e\} \cdot dV = \{\Delta R\} \tag{16}$$

2.2.2-2 熱彈塑性材料之組合方程式

假設材料須遵循等向應變硬化法則(isotropic strain-hardening rule)、von Mises 降服準則(yield criterion)及 Prandtl-Reuss 塑流法則(plastic flow rule)等，因此可得到材料應力與應變之關係式：

$$[d\sigma]=\left[D^{ep}\right][d\varepsilon]-\left[C^{th}\right]dT \tag{17}$$

而

$$\left[D^{ep}\right]=\left[D^{e}\right]+\left[D^{p}\right] \tag{18}$$

$\left[D^{e}\right]$：elastic stiffness matrix

$\left[D^{p}\right]$：plastic stiffness matrix

$\left[C^{th}\right]$：thermal stiffness matrix

$d\sigma$ ：stress increment

$d\varepsilon$ ：strain increment

dT ：temperature increment

熱彈塑性分析是種非線性的問題，因此需要使用增量求解方法牛頓-瑞佛森法(Newton-Raphson Method)疊代方法來求解增量的應力。

2.2.3 非線性分析

在工程的分析中，非線性問題常為探討的對象，大致可分為幾何非線性(Geometric nonlinearity)與材料非線性(Material nonlinearity)兩類。幾何非線性包含大變形與大撓曲等，材料非線性則包含了應力與應變的非線性關係、負載時間的長短所造成的材料非線性行為等。

大部分的非線性問題其係數矩陣為未知數，其函數表示如下：

$$[K(\Delta)]\{\Delta\}=\{F\} \tag{19}$$

其中，

$[K(\Delta)]$：Coefficient Matrix

$\{\Delta\}$：Vector of Unknown Values

$\{F\}$：Vector of Applied Loads

對於非線性問題通常沒辦法直接求解方程式，因此必須採用疊代法來求解。常用的疊代法有直接疊代法(Direct Iteration Method)和牛頓-瑞佛森法(Newton-Raphson Method)兩種，因有限元素法常用為牛頓-瑞佛森法，故以此法作為介紹：

利用前次求解所得的未知量$\{\Delta\}^r$來求得係數矩陣$\left[K\{\Delta\}^r\right]$，然後疊代求得$\{\Delta\}^{r+1}$的解，如下式：

$$\left[K\left(\{\Delta\}^r\right)\right]\{\Delta\}^{r+1}=\{F\} \qquad (20)$$

由上式(20)，假設一殘值(residual)$\{R\}$為：

$$\{R\}=[K]\{\Delta\}^r-\{F\}=0 \qquad (21)$$

將$\{R\}$對$\{\Delta\}^r$取泰勒級數展開式，即

$$\{R\}=\{R\}^r+\left(\frac{\partial\{R\}}{\partial\{R\}}\right)^r\left(\{\Delta\}^{r+1}-\{\Delta\}^r\right)+\frac{1}{2!}\left(\frac{\partial^2\{R\}}{\partial\{\Delta\}^2}\right)^r\left(\{\Delta\}^{r=1}-\{\Delta\}^r\right)^2+\cdots\cdots=0 \qquad (22)$$

或

$$\{R\}^r+\left[K^T\right]^r\{\delta\Delta\}+O\left(\{\delta\Delta\}\right)^2=0 \qquad (23)$$

$\left[K^T\right]^r$：切線勁度矩陣(Tangent Stiffness Matrix) $=\left(\frac{\partial\{R\}}{\partial\{R\}}\right)^r$

$\{\delta\Delta\}$：增量解$=\{\Delta\}^{r+1}-\{\Delta\}^r$

$O\left(\{\delta\Delta\}\right)^2$：非線性項$\frac{1}{2!}\left(\frac{\partial^2\{R\}}{\partial\{\Delta\}^2}\right)^r\left(\{\Delta\}^{r=1}-\{\Delta\}^r\right)^2+\cdots$

當$\{\Delta\}=\{\Delta\}^r$，其關係如下：

$$\left[K^T\right]^r \equiv \left[\frac{\partial\{R\}}{\partial\{\Delta\}}\right] \qquad (25)$$

$$\{\delta\Delta\} = \{\Delta\}^{r+1} - \{\Delta\}^r \qquad (26)$$

忽略(22)式中的非線性項，並將(21)式代入，可得

$$\{\delta\Delta\} = \left[K^T\left(\{\Delta\}^r\right)\right]^{-1}\left(\{F\} - \left[K\left(\{\Delta\}^r\right)\right]\{\Delta\}^r\right) \qquad (27)$$

由上式(27)中求得$\{\delta\Delta\}$，再代入(26)式，可求得第 r+1 迴圈$\{\Delta\}^{r+1}$的解。

在牛頓-瑞佛森法求解過程中，由於每一次疊代皆需要重新形成及求取新的切線矩陣，故具有良好的收斂性，其非線性方程式疊代過程為：

$$\left[K_i^T\right]\{\Delta u_i\} = \left\{F^a\right\} - \left\{F_i^{nr}\right\} = \{R\} \qquad (28)$$

$$\{\Delta u_i\} = \{u_{i+1}\} - \{u_i\} \qquad (29)$$

$\left[K_i^T\right]$：第 i 次疊代之切線矩陣

$\{\Delta u_i\}$：第 i 次疊代之位移向量

$\left\{F^a\right\}$：施加負載向量

$\left\{F_i^{nr}\right\}$：第 i 次疊代之內部負載向量(Vector of Internal Loads)

$\{\Delta u_{i+1}\}$：第 i+1 次疊代之位移向量

一個自由度模型的疊代計算如圖 2-2 所示，可知在求解 i+1 次疊代之位移過程中，K_i^T 為第 i 次之切線斜率，此曲線與F^a值之相交處即為位移u_{i+1}，接著再求第 i+2 次疊代之位移，其求解方法類似第 i+1 次疊代位移，即以第 i+1 次疊代之切線斜率K_{i+1}^T求出第 i+2 次疊代位移u_{i+2}，如圖 2-3 所示，並以此連續方式疊代$\left\{F_i^{nr}\right\}$至$\left\{F^a\right\}$為止，然後在進行下一個負載之疊代計算，如圖 2-4 所示。

牛頓-瑞佛森法除了上述的位移方式收斂外，亦可採用強迫收斂法(Force Convergence)，即

$\left\| \{R\} \right\| < \varepsilon_R R_{ref}$ (30)

或 $\left\| \{u_i\} \right\| < \varepsilon_u u_{ref}$ (31)

其中，$\| \ \|$為向量範數(Vector Norm)，$\{R\}$如(28)式所示，ε_R與ε_u為容許誤差，R_{ref}與u_{ref}為參考值(Reference Value)，通常$R_{ref} = \left\| F^a \right\|$，$u_{ref} = \left\| \{u\} \right\|$。範數的計算方式有下列三種：

1. 無限範數(Infinite Norm)：$\left\| \{R\} \right\|_\infty = \max |R_i|$
2. L_1範數：$\left\| \{R\} \right\|_1 = \Sigma |R_i|$
3. L_2範數：$\left\| \{R\} \right\|_2 = \left(\Sigma |R_i^2| \right)^{\frac{1}{2}}$

其中 i 代表自由度個數，無限範數是取其中最大值；L_1範數是取絕對值的總和；L_2範數是取平方總和之平方根。一般常用的示範數。

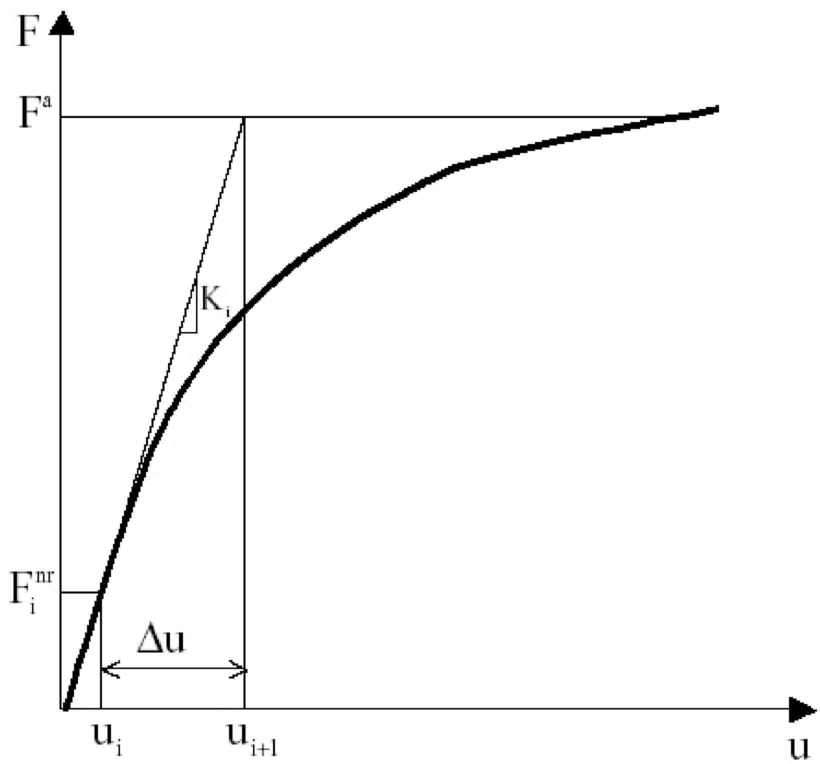


圖 2-3　牛頓-瑞佛森法第 i 次之疊代計算過程圖

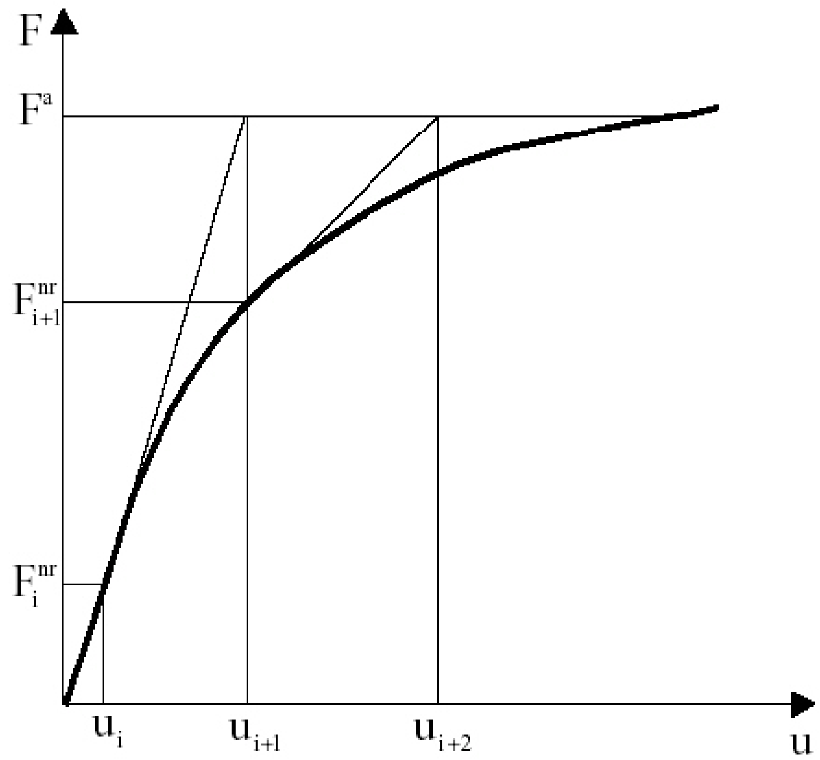


圖 2-4　牛頓-瑞佛森法第 i+1 迴圈計算示意圖

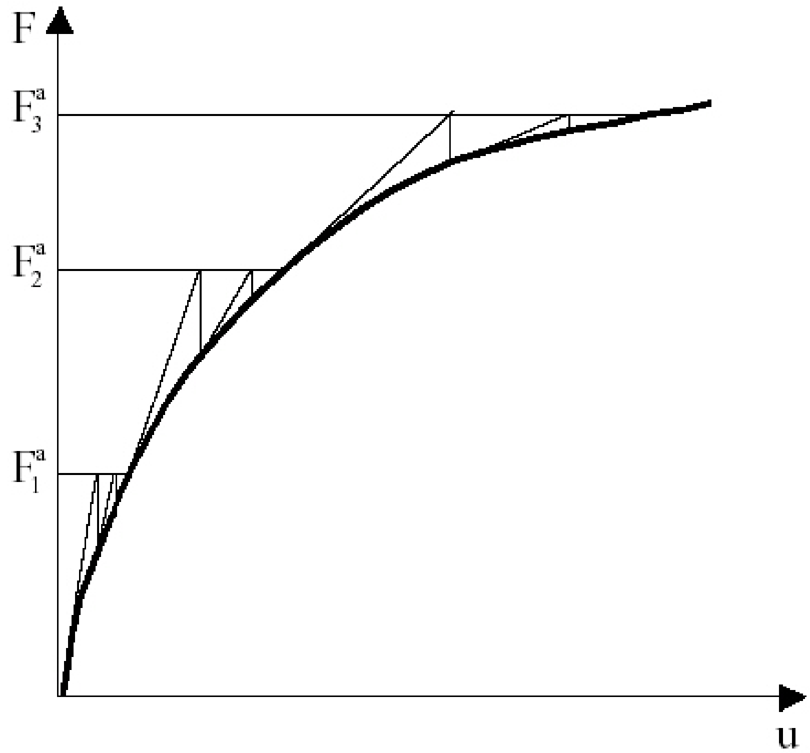


圖 2-5　牛頓-瑞佛森法每一施力階段計算示意圖

2.3 鎂合金材料

2.3.1 鎂金屬之特性

鎂(magnesium, Mg)在地殼組成元素中，只比氧(oxygen)、矽(silicon)、鋁(aluminum)、鐵(iron)、鈣(calcium)、鈉(natrium)、鉀(kalium)等元素少，為地球上第八大之豐富元素，亦是海水中第三大的元素，且可從海水中使用直接電解法還原。鎂的主要來源有石灰岩(domolite)、菱鎂礦(magnesite)、海水、雜鹽(carnallite)和水氯鎂石(bischofite)的天然蒸發物。

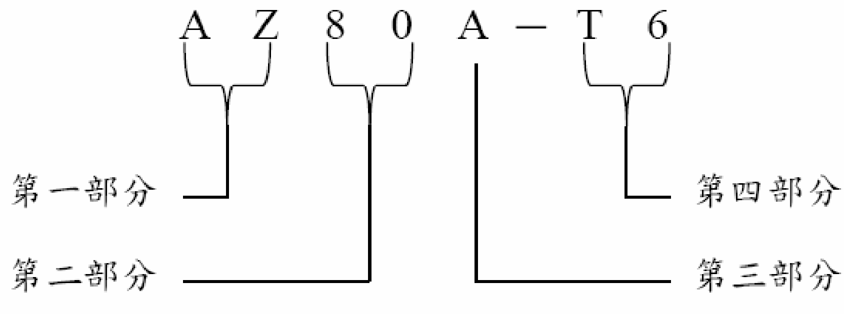
鎂是一種銀色金屬並且容易壓鑄、鍛造成形，在目前的商用金屬中係屬最輕，因此鎂及鎂合金的應用日趨廣泛。表 2-2 為鎂金屬與另兩種輕金屬之物理性質比較。鎂具有非常高的震動阻尼、良好的磁性遮蔽特性與優越的機械加工性。具有比重小、導熱性佳、吸震性強、防電磁波且又可回收等特性。除了大量應用於汽車零組件外，其次則是應用於3C(Computer、Communication、Consumer Electronics)產業，再者如自行車、器材工具、運動用品及航太國防也都在其應用範圍之內。實際上鎂金屬的用途廣泛，由於本身與氧的活性高，使得增加其附屬用途：如鋁合金配料、鋼鐵的精煉脫硫、化工及防蝕用途等項目[12-13]。

表 2-2　鎂金屬與鋁、鈦等輕金屬之物理性質比較[14]

物理性質	金屬		
	鎂(Mg)	鋁(Al)	鈦(Ti)
比重(g/cm^3)	1.74	2.70	4.51
熔點(℃)	650	660	1670
氣化點/沸點(℃)	1090	220	3290
彈性模數(GPa)	45	70	116
比強度($MN/m^2/kg/m^3$)	0.112	0.111	0.213
比耐力($MN/m^2/kg/m^3$)	0.124	0.093	0.2
體熱容量(J/cm^3・℃)	1.77	2.43	2.34
熱傳導係數(W/cm^3・℃)	1.56	2.37	0.22
熱膨脹係數(10^{-6}/℃)	26	23.5	8.4
吸震性(%)	25	1	0.3
導電性	1.31	1.61	1.54

2.3.2 鎂合金之分類

鎂合金之分類依據 ASTM(American Society for Testing and Materials) 之標準規範，包含以下四個部分[15]：



第一部分：以兩個英文字母代號表示兩種主要的合金元素，成份含量較多在前。

第二部分：以兩個數字組成，指示兩種主要合金元素之含量，成份含量較多在前，可由所有數字代表合金含量。

第三部分：以一個英文字母組成，區別除兩種主要合金元素外，其他元素之不同，除I、O外英文字母。其A代表第一個合金元素，B代表第二個合金元素，C代表抗腐蝕合金元素，D代表要求最高純度合金元素。

第四部分：由一個字母或者和數字組成（和第三部分以”－”記號隔開），代表合金之加工或熱處理狀態。

2.4 銲接殘留應力

2.4.1 銲接殘留應力簡介

美國銲接協會(American Welding Society, AWS)將殘留應力定義為：在未受外力的作用下，所存在於物體內部之應力[16]。由於沒有外力的作用，屬於一種內力，所以殘留應力的分佈成一靜平衡狀態，如圖 2-6 所示。

2.4.2 銲接殘留應力之形成[18-19]

銲接殘留應力之形成，如圖 2-7。當材料溫度從室溫（位置 A）持續升高至 B 點溫度時，靠近銲道附近的材料因受到加熱而膨脹，但受到遠離銲道材料之束縛，因此會在銲道附近產生壓縮內應力，直至達到材料的壓縮降伏應力（位置 B）。當溫度繼續上升時，材料便沿壓縮降伏曲線 BC 一直至最高溫度（位置 C）。在經過最高溫度以後，溫度開始下降，此時，靠近銲道附近的材料因冷卻而收縮，但受到遠離銲道材料之束縛，因此會在銲道附近產生拉伸應力（Tensile stress），直至達到材料的拉伸降伏應力（位置 D）。當溫度繼續下降時，材料便沿拉伸降伏曲線 DF 一直至室溫（位置 A）。值得注意的是，當材料冷卻至室溫之前，會先達到一個「平衡溫度（Equilibrium temperature）」（位置 E），即當材料達到此一溫度時，其溫度梯度（Temperature gradient）為零。因此，作用在材料上的熱應力亦會隨之被阻止，而保持在定值（位置 EF）[20-22]。

圖 2-8 顯示在銲接的過程中，由於銲接熱源於母材上進行局部且不均勻的急速加熱與冷卻，使得銲道附近的熔填金屬與母材產生熱應變，由熱應變再產生熱應力，此不均勻的熱應力便是銲接殘留應力形成的主要原因。銲接的進行溫度也隨之產生變化，熱應力也產跟著改變，可以動態四部份來說明：

(1) Section A-A：尚未進行銲接處，此時之溫度約為室溫，且由於未

有熱源之負載，因此尚未有應力之產生。

(2) Section B-B：熔池為液態金屬，因此不會產生應力，但在熔池周圍由於受熱而急速升溫膨脹，且受到遠處低溫母材之限制，因此會受到一壓縮應力，而在較遠處則產生一拉伸應力。

(3) Section C-C：銲道剛從液態金屬凝固並持續冷卻，體積產生收縮，但仍受到遠處較低溫母材之拘束，因此於銲道中央產生了拉伸應力。

(4) Section D-D：銲道已冷卻，從高溫持續冷卻至室溫，體積亦持續收縮，受到遠處較低溫母材之拘束，因此於銲道中央之拉伸應力持續增大，其範圍亦增大，形成了銲道中央的殘留拉伸應力。

圖 2-9 為對接銲之典型殘留應力大小與分佈圖。需要注意的是，最大拉伸殘留應力（σ_m)，通常可接近母材之降伏應力。

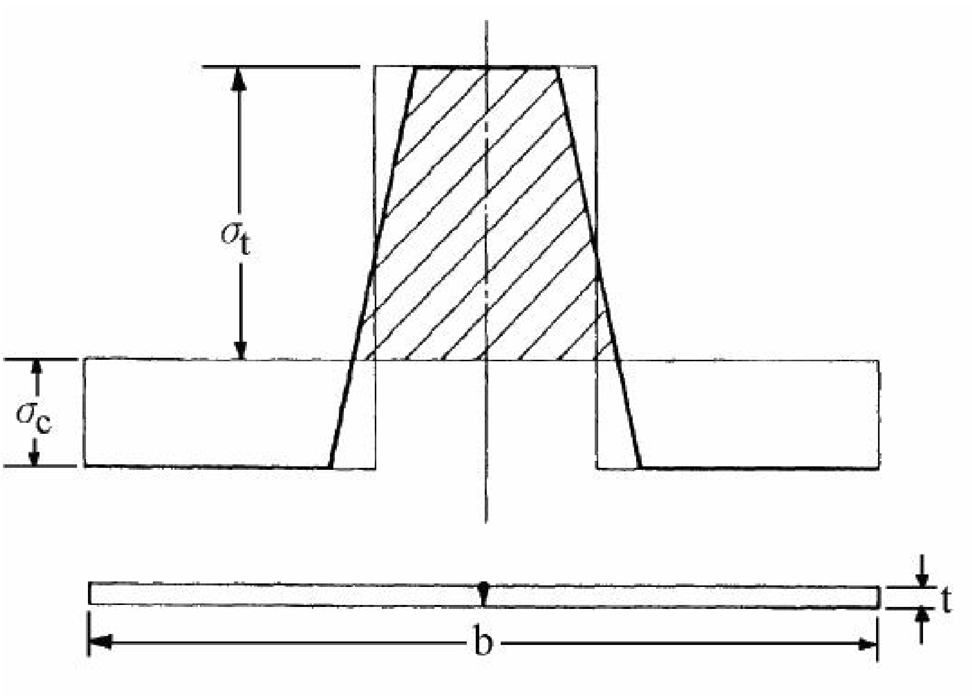


圖 2-6　殘留應力之分佈圖[17]

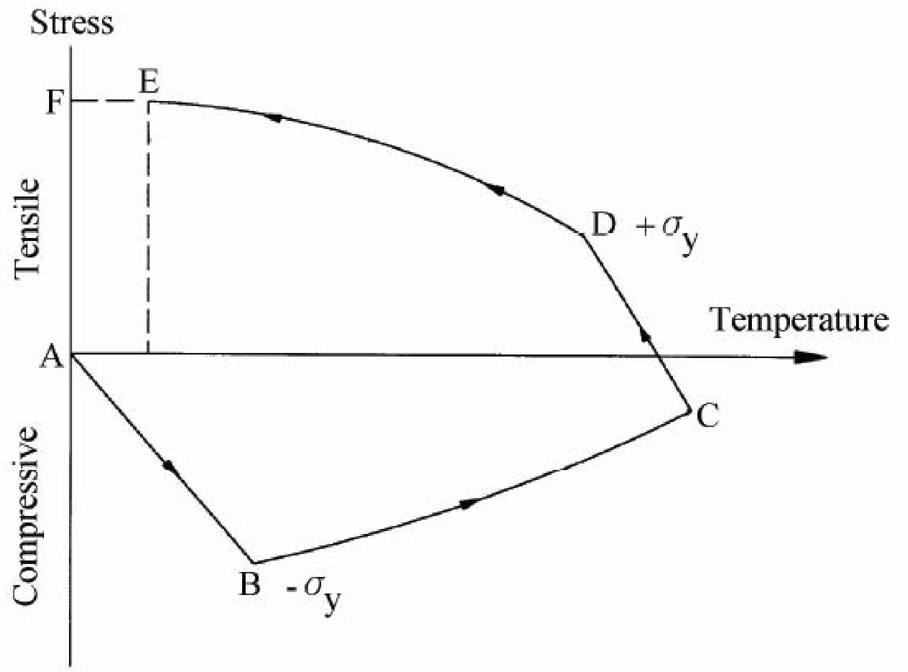


圖 2-7　銲接殘留應力之形成[20-22]

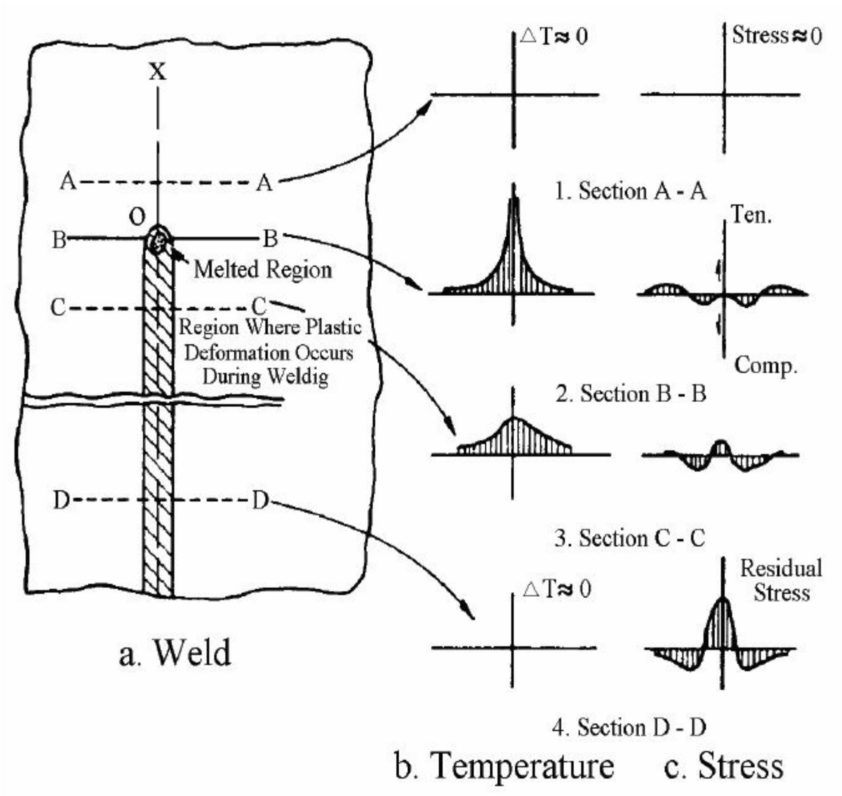


圖 2-8　銲接過程中溫度與殘留應力變化之示意圖[23]

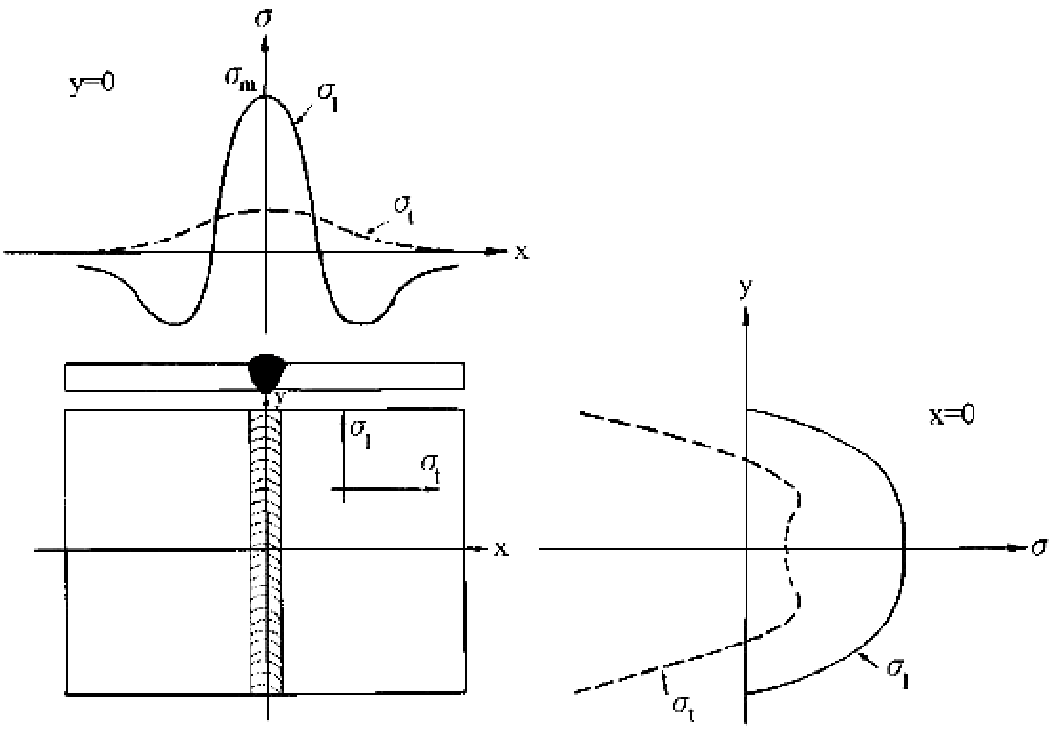


圖 2-9　對接銲之典型殘留應力之大小與分佈圖[24]

2.5 變形

變形為銲接缺陷中相當嚴重的問題。銲接變形不但有損銲件精度，更會降低強度，使材料失去原有的性能。但對銲接結構而言，變形是不可避免的現象，唯一能夠控制是變形量的多寡。

銲接時因加熱與冷卻作用，在銲道與母材附近產生熱應變(Thermal Strain)，由於此應變生成作用的結果，產生一種內力，即所謂的收縮應力，將使銲件產生彎曲(Bending)、迴轉(Rotary)等現象，這種現象稱之為變形(Distortion) [25-26]。

2.5.1 銲接變形之種類[27-29]

銲接變形之基本型態可分為下列六種：

(1)橫向收縮(Transverse Shrinkage)

如圖 2-10(A)所示，橫向收縮是銲道垂直方向的收縮，大多數發生於對接銲(Butt joint)，尤其是銲道較長的對接銲。橫向收縮量之大小，受銲道所受拘束度影響很大。有不少學者利用不同設計之銲件得到一致的結論，就是銲道拘束增加，收縮量將隨之減少。

(2)縱向收縮(Longitudinal Shrinkage)

縱向收縮是在銲道方向的收縮，如圖 2-10(B)。是熔填金屬斷面及附近母材的斷面，抵抗銲接熱影響區的一種擴張與收縮作用，因為此種應力並不相等，且並非所有區域均能有效的抵抗收縮，因此，抵抗收縮的作用力很難算出，一般而言，對接銲的縱向收縮量，約為銲道長度的 1/1000。

(3)角變形(Angular Distortion)

角變形為厚度方向有不均勻的熱量分佈，使靠近銲接線位置產生變形，此種變形主要是熔填金屬在根部的收縮量小於表面的收縮量，如圖 2-10(C)。單邊開槽的對接銲或 T 型填角銲的角變形量，均決定於銲道層

次的多少，較大的銲道或較多的銲道層次，都會使角變形量增加。

(4)迴轉變形(Rotational Distortion)

當對接銲由一端至另一端時，在未銲部份的銲道，有向內收縮或向外擴張的現象，如圖 2-10(D)所示，此種變形主要受銲接輸入熱量(Heat Input)、銲接速度及銲接順序不當等影響而產生。

(5)縱向彎曲變形(Bending Distortion)

當銲接線與銲接結構的中間軸(Neutral Axis)不一致時，熔填金屬的縱向收縮會有彎曲力矩的產生，造成銲接結構縱向變形的現象。此一型態的變形，大多發生於 T 型或 I 型鋁或鋼，如圖 2-10(E)，縱向變形與銲接拘束度、熔填金屬量、銲接順序等影響很大。

(6)挫曲變形(Buckling Distortion)

挫曲變形為薄板銲接時，母材沿銲線方向產生殘留的壓縮應力，使薄板沿銲線方向產生挫曲變形的現象，如圖 2-10(F)，施工上防範挫曲變形的發生，必須注意銲接拘束程度、銲接順序、銲接輸入熱量的適當分佈情況等。

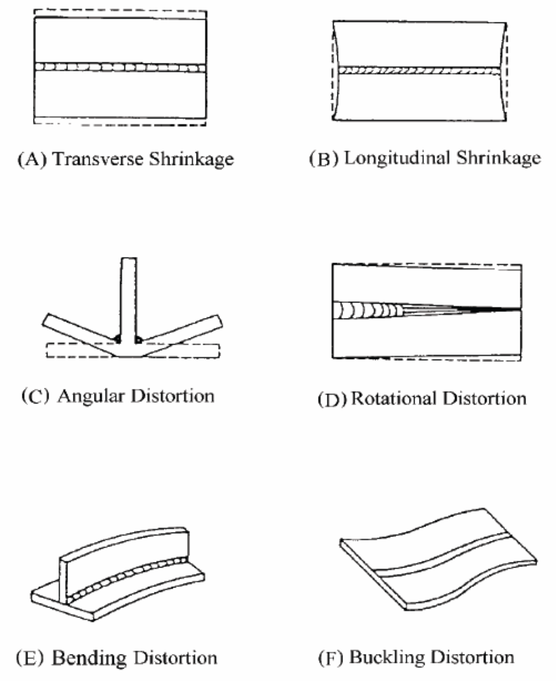
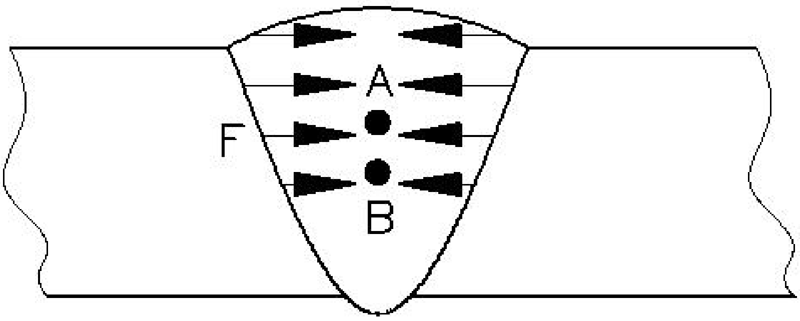


圖 2-10　銲接變形示意圖[29]

2.5.2　角變形之形成

為解說之方便，茲以對接銲(butt-welded)角變形的形成來加以說明。如圖2-11所示，在銲接過程中，銲道由於沿厚度方向之溫度不均勻分佈，使熔填金屬產生不均勻之橫向收縮力(Transverse shrinkage force)，此不均勻之橫向收縮力可視為一個作用在熔填金屬形心(A點)的合力，當此合力作用點與母材形心(B點)不在同一位置時，便會產生彎曲力矩，而使母材產生兩端向上彎曲的角度變化。



A: Centroid of the filler metal
B: Centroid of the base metal
F: Transverse shrinkage force

圖 2-11　對接銲角變形之形成[30]