

國立臺灣師範大學資訊教育研究所

碩士論文

指導教授：何榮桂 博士

線上合作鷹架策略對於國小學童

數學學習成就與學習態度之影響

The Effect of Online Collaborative Scaffolding Strategies
on Mathematics Learning Achievement and Attitude of
Elementary Students

研究生：吳佩樺 撰

中 華 民 國 一 〇 一 年 七 月

線上合作鷹架策略對於國小學童數學學習成就與學習態度之影響

吳佩樺

摘要

鷹架策略能幫助學生在學習過程中，透過互動的方式了解如何學習及學習什麼，在適當的時機放手讓學生建構自己的知識，透過鷹架的輔助讓他們有能力去探索及嘗試，進而提升學習技能與知識，因此本研究旨在探討在線上合作學習平台的環境下，透過不同鷹架策略輔助學生進行解題討論活動，如後設認知鷹架、程序鷹架與無鷹架三種策略，對於國小學生因數與倍數之學習成效與學習態度的影響，包括得分及態度上是否有所差異，作為提升數學解題能力之參考。

本研究採不等組前後測設計，以台北市某國小五年級學生 90 人為參與者，分成三組進行教學實驗，自變項包含後設認知鷹架策略、程序鷹架策略及無鷹架策略，以學生之學習成效與學習態度為依變項，實驗結果如下所述。

一、數學解題成就

- 1.不同的線上合作鷹架輔助之下，各組學生的數學解題成就有顯著差異。
- 2.不同的線上合作鷹架輔助之下，高分組及低分組學生的數學解題成就有顯著差異。

二、數學學習態度

- 1.在情感性的表現上，程序鷹架策略組分數顯著高於後設認知鷹架策略組及無鷹架策略組。
- 2.在價值性的表現上，程序鷹架策略組和後設認知鷹架策略組分數顯著高於無鷹架策略組。
- 3.在動機性的表現上，程序鷹架策略組和後設認知鷹架策略組分數顯著高於無鷹架策略組。

數學學習態度量表實驗結果，程序鷹架策略組和後設認知鷹架策略組成績高於無鷹架策略組。

最後，本研究依據研究結果在研究及數學教學上提出若干建議。

關鍵詞：線上合作學習、鷹架策略、數學學習成就、數學學習態度

The effect of online collaborative scaffolding strategies on mathematics learning achievement and attitude of elementary students

Wu, Pei-Hua

Abstract

Scaffolding strategies that can help students to know how to learn and to learn what in an interactive way, and let the students construct their own knowledge at the right time, so that they have the ability to explore and try, enhance further learning the skills and knowledge.

The purpose of this study was to examine the influence on learning effects on problem solving, including the difference of the scores in achievement test and attitude, when students studied collaborative problem solving on Moodle through different strategies of meta-cognitive scaffolding strategy, procedural scaffolding strategy and non- scaffolding strategy. The study can be reference for promoting students' mathematical problem solving ability.

A nonequivalent pretest-posttest group design was used with 90 participants of three classes of the fifth grade at an elementary school in Taipei City. They were assigned to three groups. This study uses three dependent variables which include meta-cognitive scaffolding strategy, procedural scaffolding strategy and non- scaffolding strategy. Students' mathematical achievement of problem solving and students' attitudes toward mathematical learning are adopted as the independent variables. There were conclusions as follows.

1. The analysis of students' mathematics learning achievement of problem solving.

(1)The score on word-problem-solving test of the meta-cognitive scaffolding strategy group and procedural scaffolding strategy group performed significantly better than control group.

(2)There was significant difference between different scaffolding strategy group and intelligence quotient level in the scores of mathematics learning achievement. The group of higher score and lower score had significant effects on problem solving.

2. The analysis of students' attitudes toward mathematics learning

(1) In terms of student's mathematics learning attitudes, there were significant differences between the two groups. The procedural scaffolding strategy group performed significantly better than meta-cognitive scaffolding strategy group and non-scaffolding strategy group on emotional performance.

(2) In terms of student's mathematics learning attitudes, there were significant differences between the two groups. The meta-cognitive scaffolding strategy group and procedural scaffolding strategy group performed significantly better than non-scaffolding strategy group on valuable performance.

(3) In terms of student's mathematics learning attitudes, there were significant differences between the two groups. The meta-cognitive scaffolding strategy group and procedural scaffolding strategy group performed significantly better than non-scaffolding strategy group on motivational performance.

The learning attitude of the meta-cognitive scaffolding strategy group and procedural scaffolding strategy group are higher than the non-scaffolding strategy.

Finally, based on the results, several suggestions could be made toward studies and mathematics teaching.

Keywords: online collaborative learning, scaffolding strategies, mathematics learning achievement, mathematics learning attitudes

誌謝

經過漫長的努力，終於輪到我要寫致謝詞，本論文的完成，首先要誠摯感謝指導教授何榮桂老師悉心的指導，不時的討論並指點我正確的方向，使我在這些年中獲益匪淺，老師對學問的嚴謹更是我學習的典範。

此外，也要感謝兩位口試委員簡茂發老師與郭靜姿老師對這份論文的建言，在百忙之中不辭辛勞，願意擔任這份論文的口試委員，同時以豐富的學術涵養與嚴謹的研究態度，給予這份論文精闢的見解與寶貴的建議，使得這份論文能夠更為完整。

在研究所的日子，感謝文偉、永進學長、麗如、紫珊、瑞敏、育榕學姐們不厭其煩的指出我研究中的缺失，總能在我迷惘時為我解惑，也感謝君玉、宜娣、哲宇、毓筑、婉寧好姐妹們的陪伴，雖然各自忙著事業與課業，但偶爾的小酌聚餐也頗愜意。實驗室的文揚、駿奕、牧弦、景麟、瑞鴻學弟們當然也不能忘記，實驗室裡共同的生活點滴，學術上的討論、閒扯及革命情感，讓生活多采多姿，以及婉娟姐與信雄學長的幫忙我銘感在心，感謝你們！我是如此的幸運有你們的陪伴。

最後，我要感謝最親愛的爸爸、媽媽與妹妹，因為你們全心全意的支持，讓我無後顧之憂的完成學業，內心的感動溢於言表，謹以此文獻給我摯愛的家人及所有關心我的人。

回首過去，要感謝的人實在繁不及備載，感謝之意時時放在心底，但若有因為我的疏忽而有所遺漏的，請你們見諒，在我心裡其實抱著十二萬分的感謝。最後，再一次感謝所有的師長、家人與朋友，感謝在這段時間刺激我、鼓勵我、幫助我，還有陪我吃喝玩樂的家人、同學和朋友，謝謝你們讓我的生活每天都多采多姿，有你們的協助與支持，讓我能夠順利完成論文，謝謝你們！我會懷念這一段辛苦卻又充滿回憶的日子！

吳佩樺 謹誌

中華民國一〇一年七月

目錄

摘要	i
Abstract	ii
目錄	v
表目錄	vi
圖目錄	vii
第一章 緒論	1
第一節 研究背景與動機	1
第二節 研究目的	5
第三節 待答問題	5
第二章 文獻探討	6
第一節 鷹架的相關理論與研究	6
第二節 數學解題之相關理論	11
第三節 合作學習的意義、形式及相關研究	14
第四節 數學學習成就與態度	19
第三章 研究方法與程序	21
第一節 受試者	21
第二節 研究設計	22
第三節 研究工具	23
第四節 實施程序	32
第四章 結果與討論	36
第一節 因數與倍數成就測驗分數的分析	36
第二節 數學學習態度量表分析	39
第三節 線上合作鷹架策略對不同成就學生學習成效之分析	43
第四節 綜合討論	49
第五章 結論與建議	52
第一節 結論	52
第二節 建議	55
參考文獻	56
附錄 1 因數倍數合作學習教材	67
附錄 2 因數倍數成就測驗	74
附錄 3 因數與倍數成就測驗難度與鑑別度分析	78
附錄 4 數學學習態度量表	79
附錄 5 數學學習態度量表之因素分析	81

表目錄

表 3-1 受試者分佈	21
表 3-2 研究設計	22
表 3-3 成就測驗評分方式	29
表 3-4 各向度之 Cronbach's α 係數	31
表 4-1 後測得分的組內迴歸係數同質性檢定	36
表 4-2 成就測驗的原始分數與調整後分數之敘述統計	37
表 4-3 調整後的後測得分之共變數分析摘要表	37
表 4-4 後測得分之事後比較	38
表 4-5 學生對於數學之學習態度	39
表 4-6 數學學習態度量表之變異數分析摘要表	41
表 4-7 數學態度量表之事後比較	42
表 4-8 高分組成就測驗得分的組內迴歸係數同質性檢定	43
表 4-9 高分組學生成就測驗的原始分數與調整後分數之敘述統計	43
表 4-10 高分組調整後的成就測驗得分之共變數分析摘要表	44
表 4-11 高分組成就測驗得分之事後比較摘要表	44
表 4-12 中分組學生成就測驗得分的組內迴歸係數同質性檢定	45
表 4-13 中分組學生成就測驗的原始分數與調整後分數之敘述統計	45
表 4-14 中分組調整後的成就測驗得分之共變數分析摘要表	46
表 4-15 中分組成就測驗得分之事後比較	46
表 4-16 低分組學生成就測驗得分的組內迴歸係數同質性檢定	47
表 4-17 低分組學生成就測驗的原始分數與調整後分數之敘述統計	47
表 4-18 低分組調整後的成就測驗得分之共變數分析摘要表	48
表 4-19 低分組成就測驗得分之事後比較	48

圖目錄

圖 3-1 討論區模組畫面	24
圖 3-2 聊天室模組畫面	25
圖 3-3 學習單元模組畫面	26
圖 3-4 單元課程結束指導語畫面	27
圖 3-5 作業模組畫面	28
圖 3-6 實驗流程圖	32
圖 3-7 線上鷹架輔助策略流程圖	33

第一章 緒論

第一節 研究背景與動機

2007 年「國際數學與科學教育成就趨勢調查」(Third International Mathematics and Science Study, TIMSS) 公佈，台灣學生的數學與科學表現排名世界前 3 名，不過，學生的學習態度及自信心卻遠低國際平均值。而國內數學教育深受入學方式的影響，教學目的大多是為紙筆測驗作準備，因此強調技巧、公式及程序的熟練，而不強調理解、陳述及推理。多數老師為了因應考試需求，給予學生過多的作業與練習，忽略了培養學生主動積極的學習態度以及終身學習的能力。

台灣教師於國小的教學法大多數仍使用傳統方式，跳脫不了記憶與背誦。雖然有足夠練習，卻沒有反省與思考的空間，使得學生不喜歡學習，學習態度及自信心部份尚有很大的進步空間。分析台灣數學與自然的成績，發現在台灣 8% 的四年級學生仍然未達數學的中等程度，一直到國中二年級，未達數學中等程度之學生比率攀升至 14%，對照新加坡與韓國，台灣的低分學生比例偏高。年級越高，學生對於數學解題的興趣及能力也隨之降低。

近一、二十年來，各國對於數學解題能力的研究發展特別重視，1977 年美國數學督導學會(National Council of Supervisors of Mathematics, NCSM)指出「學數學的目的是為了解決問題」、美國教師協會(National Council of Teachers of Mathematics, NCTM)(1980)亦強調「數學教育的核心是解決問題」，近幾年因應世界潮流並配合社會的變遷，我國九年一貫課程強調數學教學應著重學生概念的瞭解與能力的培養，避免零碎知識的記憶與背誦（教育部, 2001），其中十大基本能

力也提到要培養學生獨立思考與解決問題的能力，由此可見，培養學生解題能力是很重要的。而現今的數學教育強調技巧和公式不強調理解、推理，沒有反省與思考的空間，造成刻板化的解題習慣，學生只是扮演接受者的角色，沒有辦法建立屬於自己的知識。若學生可以主動學習，而不是被動接受，不僅可以建構自己的知識，也可以加強概念的理解。

但在台灣的教育環境之下，學習大多還是以競爭為主，方式也屬於被動的接受老師教學，學生在面對應用問題時，常因對於題意的理解不足，或熟背公式而不瞭解形成原因，在統一標準教材下，學生變成有效率的解題工具，卻無法將所學應用到日常生活中；而在課堂進行應用題討論時，也只有少部分的同學願意提出解題的方法，大多數人則需仰賴老師或同學的提示才能完成，無論是課本或教學內容，都無法充分讓學生合作解題，純粹是數學知識的討論，故在獨自解題時，往往易產生困難。在此種狀況下，如何使學生主動學習，是很重要的課題。

國外研究者 John Dewey(1916)發現合作學習的環境可以促使學生主動學習，互相幫助、批判修正與分享彼此的觀點，也透過同儕之間的合作討論克服學習中所遇到的難題，降低學習障礙，增進學習的成效與動機。我們也可以從文獻、數學教育研究，甚或英美國家的課程標準(DFE, 1995; NCTM, 1989)中可以發現越來越重視數學合作學習的趨勢。研究發現，小組溝通互動學習在學習成效上優於傳統教學的獨立學習(Empson, 2003；Fuson, Carroll & Drueck, 2000；Yang, 2003)，且小組合作學習能增進學生的學習動機，藉由同儕互助建立彼此成功的學習經驗，透過討論、發表、澄清過後，在修正自己所學的內容，致使學業成績較為進步(張獻明，2002；林靜萍、楊坤原，2004；Preston, 2005)，可見數學學習中相互溝通的重要性。

在過去的研究中提到學生必須與能力較高的同儕合作，才能增進認知的成長(Tudge, 1990)。但也有研究者指出不論程度高或程度低的學生，在鷹架輔助學習之後，在認知上都有成長，而影響認知成長的主要因素，是在互動當中有效的分享認知經驗(Cannella, 1993)。由上述研究發現，對於不同程度的學生來說，程度的差異對於學習成效是否有所增長？研究結果相當分歧。

而利用網際網路進行教學，可以不受時間及空間的限制，教師可將傳統學習環境改為網路學習，Hew and Cheung (2003)指出透過線上討論區來進行課程的討論與學習，可以使學生相互觀摩彼此的問題點進而增加學習的經驗，培養學生自主學習的機會，透過網路學習不僅能自由的討論，也可將想法公開保留在網路環境裡，提供其他人瀏覽與互動，換句話說，藉由參與課程主題的討論，可以鼓勵學生思考，進而提升更高層次的學習。但一般的網路學習常會因為教學受限於課本內容，缺乏有效的互動，不僅限制了學生的解題思考，使得學習效果不彰，也讓學生失去學習興趣。另外，學生缺乏合作解題的互動機制，讓合作學習沒有效率。因此，如何協助學生在線上合作學習的環境表達自己的想法是數學解題中最重要的課題。

綜觀台灣國中小課程，四年級至國中二年級之間，學習最不佳的單元為因數與倍數，許多研究指出(林珮如，2002；陳標松，2003；黃寶彰，2003；陳筱涵，2004；蕭正洋，2004；于國善，2004)大部分的學生對於因數與倍數的概念互相混淆，導致應用題解題過程中使用錯誤的解題策略，造成錯誤的產生。由於觀念的混雜，導致學生學習意願降低，對於學生解題的興趣及能力也有相當的負面影響，因此本研究針對因數與倍數單元做探討。

綜上所述，為提昇學生學習興趣，並協助學生解決在面對數學應用問題上，不知從何下手的困擾。本研究嘗試將相關研究者所提出的解題歷程及鷹架策略，結合學生已具備的舊有經驗與運算技巧，融入五年級數學因數與倍數單元中，藉以探討線上鷹架策略對於國小高年級學生數學解題能力的影響，並進一步探討對於不同程度的學生之影響。本研究擬建置 Moodle 平台，透過網路為溝通媒介，運用不同的鷹架策略與他人互動，包括後設認知鷹架、程序鷹架與無鷹架等三種策略，期許提升學生因數倍數單元解題能力，並且對學生數學學習態度有正向的影響，並增進理解及解決應用題的能力。此結果將作為線上數學解題輔助教學之參考，並期望使用電腦輔助教學有更佳的成效。

第二節 研究目的

本研究擬針對國小五年級之「因數與倍數」課程，除探討與「傳統鷹架」教學之不同外，也採用不同鷹架策略輔助數學解題，並探討三種不同的鷹架策略對國小五年級學生於「因數與倍數」課程學習時，對於學生解題能力之影響。

第三節 待答問題

基於上述研究目的，本研究欲透過線上合作鷹架的社會互動，以討論的方式，幫助學生完成學習，並觀察應用題解題的成效及數學學習態度的轉變，擬定下列研究問題做為本研究進行之指引：

1. 線上合作式鷹架策略，對於國小學生數學解題能力有何影響？
2. 線上合作式鷹架策略，對於國小學生數學學習態度有何影響？
3. 後設認知鷹架策略、程序鷹架設略及無鷹架策略對於國小不同程度學生數學解題能力的影響為何？

第二章 文獻探討

根據前述的研究動機與研究目的，本章分為三節探討相關文獻及研究結果。分別說明鷹架的相關理論與研究、數學解題之相關理論與合作學習的意義、形式及相關研究。

第一節 鷹架的相關理論與研究

一、鷹架的意義

Vygotsky (1978) 認為鷹架就是由成人或能力較強之同儕來幫助學生內在的心理能力成長。在教學進行時，教師是否能視學生需要，適時給予鷹架支持，待學生熟悉其學習任務，再慢慢撤除其鷹架，將學習責任還原給學生。根據鷹架解題策略，在學生的近側發展區內，提供數學解題特定的鷹架協助(scaffolding)，讓學生發展出獨立解決問題的技能(Vygotsky & Kozulin, 1986)，也就是根據學生目前的待解決的關鍵處及下一步的目標，給予相關的提示，鼓勵學生自行完成整個解題的過程。主要強調以學生的學習為主，老師透過引導使學生內在的認知結構和外在的學習環境產生衝突及調適，以建構出新的知識 (Von Glasersfeld, 1996)。因此，搭鷹架就是幫助學生去解決問題、執行工作或是達到某個目標的過程，而這些問題、工作或目標是超出學生能力所及的，在過程中提供必要的支持、協助，讓學生能專注、獨立地完成任務。

Langer (1991) 則認為鷹架應該包含不同意見之間的協商，溝通和認知個重要議題便是「溝通」與「認知」，透過語言的社會互動功能將有助於促進學生對問題的解決與反思能力，以達成學習遷移的效果，並促進學生自我導向學習能力

之培養。

Rigney (1978) 和 Brown (1987) 對「認知鷹架」下定義，將認知鷹架策略界定為學得、選取、保留、及反思不同種類的知識等的活動。同時，有許多的研究認為，諸如專屬信箱、留言板、討論區、即時交談等電腦應用技術，是可以支援學習的認知工具 (cognitive tools) (Jonassen, 1996; Jonassen & Reeves, 1996; Jacobson & Spiro, 1995)，透過鷹架、前導組體、學習路徑圖、學習歷程記錄、個人筆記簿歷程記錄、討論區歷程記錄、即時交談歷程記錄等可以作為輔助學習的認知策略。

過去與鷹架的相關研究，大多將學生視為被動的接受者，在此情況之下，並不符合社會互動與建構觀點。楊代誠 (2004) 認為，應當以動態與雙向的觀點來重新詮釋近側發展區間 (the Zone of Proximal Development, 簡稱 ZPD) 理論，數學高成就的學生不一定是協助，而低成就的學生也未必是接受者，才能獲得較符合社會建構主義精神的詮釋。

綜上所述，鷹架就是在學習過程中，有系統幫助學生去解決問題、執行工作或是達到某個目標的過程，透過與他人雙向互動，促進問題解決與反思能力，達成學習遷移的效果。因此，本研究擬透過不同的鷹架策略輔助雙向溝通，讓每位學生都能參與過程，建構自己的解題想法。

二、鷹架類型

Wood、Bruner 和 Ross (1976) 等提出六種在學習上所能提供的鷹架理論基礎，1.促使學生主動參與學習；2.可以協助學生了解重點；3.可以做為示範；4.減輕學習的負擔；5.循序漸進的學習；6.控制學習過程所遇到的挫折。透過鷹架的輔助，可以幫助兒童發展學習的能力，使兒童最後能夠自行完成。

鷹架會隨著學習活動的安排之不同，而其建構的方式亦隨之有所差異。Dyson (1990) 則將鷹架依教學的意義分為垂直與水平兩種，(1)垂直鷹架：將學習內容結構化，並透過學生漸進的學習互動中提高認知的複雜度，以培養其應用能力；(2)水平鷹架：強調教學與學習內容應配合學生的社會背景與經驗，透過較有經驗的同儕輔助共同建構學習經驗。

在資訊科技融入教學的環境中，鷹架為提供給學生由科技傳達的支持，以協助學生達成特定的學習目標(Sharma & Hannafin, 2007)。Hill 及 Hannafin(2001)提出以下四種學習鷹架，(1)概念鷹架(Conceptual Scaffolding)：運用大綱及概念圖，幫助學生作思考，尤以教師指派的任務有多種不同方法適用；(2)後設認知鷹架(Metacognitive Scaffolding)：教師提供一個明確的認知過程，指引學生在學習活動中作思考，幫助學生培養後設認知的技能；(3)程序鷹架(Procedural Scaffolding)：幫助學生使用資訊科技等工具，包含提供詳細步驟、網站導覽圖，及曲線圖等；(4)策略鷹架(Strategic Scaffolding)：可適時提供學生建議，幫助學生發展出問題解決的方法。

Rittle-Johnson 與 Koedinger (2005) 根據知識類型的分類，將鷹架分為三種，(1)情境鷹架(Contextual Scaffold)：透過情境式的問題，引起學生的背景知識；(2)概念鷹架(Conceptual Scaffold)：透過概念性知識引導問題的理解，視覺化的呈現（如圖片和圖表）使學生能夠運用現有的策略解決問題或產生新的解決問題的策略。(3)程序鷹架(Procedural Scaffold)：程序知識的輔助策略是循序漸進的方式整合各種學過的知識逐步解決問題。

而陳育琳（2006）按照溝通型態，將鷹架分為以下三類，(1)教學鷹架：老師技巧性的組織環境，重複的(recursive)和螺旋的(spiral)學習，使學生有效的學習，並隨著學生個別需要做動態修正；(2)對話(discourse)鷹架：學習是一種社會過程，透過學生不受限制的相互溝通建構而成；(3)同儕鷹架：學生與年齡相仿的學生溝

通、互動，以獲得指引或接受新的刺激。

葉辰楨、王國華和蔡明致 (2010)則根據後設認知鷹架的概念，分為結構性鷹架及動態性鷹架。結構性鷹架引導學生運用自己的先備知進行探究，分析自己不足的部分，尋求適切的協助。動態性鷹架則根據各組的進度與遭遇的問題不同，除了以結構式鷹架提供支持外，亦適時提供動態鷹架，以協助各小組解決因認知架構或實驗操作能力不足造成的困難。

三、鷹架理論在教學上的應用

在鷹架理論的應用上，因為 Vygotsky 只針對可能發展區的概念做探討，因此不同的研究者以不同的詮釋發展教學方式，並建構相關的教學模式(李長燦,2003)。蔡慧玲(2001)的研究中探究國小二年級學生數學課中，老師利用引導策略協助學生說明數學解題想法的情形，研究發現老師鷹架引導有助低年級學生說明解題想法。

在曹萬春(2005)的研究中運用鷹架理論輔助學童分數迷思概念的學習，探討在數學領域之分數基本概念具有迷思概念的學童，進行補救教學後之學習成效及學習態度的情形，結果發現有助於學生的數學學習。而類似的研究中(陳正明,2003)以國二學生為例，探討透過 Excel 輔助之後其學習態度的改變，及對補救教學的看法。研究結果發現學生在學習函數的成效與學習態度上都有顯著的進步。

相關的研究顯示(陳麗春,2004)應用網際網路輔助數學解題，學生在數學學習成就上有明顯差異，雖然在數學態度改變上雖沒有顯著差異，但學生持肯定且正向態度，尤其是中分群的學生給予較多的肯定。

綜合以上所述，透過不同種類的鷹架，老師可以在不同的教學環境中，給予符合學習內容和對學習有所助益的支持，因此本研究採用能給予學生詳細解題步驟的程序鷹架，以及能引導學生在學習任務中思考如何解題的後設認知鷹架，期望透過這兩種鷹架的支持能有效提升學生的態度及學習成效。

第二節 數學解題之相關理論

數學解題強調推理能力的養成與學生自我建構知識，讓學生不只是死板的將公式記熟，而是強調概念理解 (Jackson, Krajcik, & Soloway, 1998)，鷹架可以融入和真實世界一樣的情境，提供學生使用多種解題方法的機會來解題，讓學生主動探索。

許多學者針對解題歷程有進一步的分析，Polya(1945)將解題歷程分為四個階段：1.瞭解問題(understanding the problem)；2.擬定計畫(devising a plan)；3.執行計畫(carrying out the plan)；4. 驗算與回顧(looking back)。

Kilpatrick (1967) 以Polya 的四個解題歷程為依據，將各階段的解題策略之檢核表重新修正為：1.瞭解問題：辨認未知資料或條件，透過畫圖及引入符號詮釋題目。2.擬定計畫：重新敘述問題，並考慮相關問題。3.執行計畫：檢查解題步驟。4.檢討：檢查答案是否合乎題目所需求。

Lester(1980)以六階段來描述數學解題過程，並強調這六個階段相互的關係。如下所述：(一) 察覺問題(problem awareness)：解題者對所面臨的情境，能覺察到是一個問題，並且有意願解決問題。(二) 理解問題(problem comprehension)：這個階段包含兩個子階段：1.轉譯(translation)：解題者將問題提供的訊息譯成自己可以理解的語句。2.內化(internalization)：解題者選取相關的訊息，並判斷其相關的程度。(三)目標分析(goal analysis)：將問題變形以便應用熟悉的策略與技巧。(四)計畫發展(plan development)：解題者擬定一個可行計畫、清楚可行的策略，將子目標編列程序和詳細運算。(五)計畫執行(plan implementation)：解題者執行擬定的計畫。(六)程序和解答評估(procedures and solution evaluation)：此階段不僅要檢查答案是否有意義，而且從目標分析到發現解答的整個程序，皆屬評估範

圍。

Schoenfeld(1985)強調數學解題需考慮四個面向：資源(resources)：解題的相關數學知識，包含了數學事實、程序及技巧等訊息；捷思(heuristics)：解題歷程所使用的策略，例如簡化問題、畫表格、猜測等；控制(control)：著重在解題者解題時，如何決定計畫、如何選擇目標及評估解題結果等方面；信念(belief system)：指如何有效地運用資源及採用適當的策略。Schoenfeld (1985) 將 Polya 的解題歷程細分為六個階段， 閱讀、分析、探索、計劃-執行、驗證及轉移。

Garofalo & Lester(1985) 與 Polya、Schoenfeld 之解題歷程相近，建立了「認知-後設認知」的解題模式，分為四個步驟，1.定向：評估並瞭解問題。2.組織：擬定計畫並選擇策略。3.執行：執行計畫並在過程中監控解題狀況。4.驗證：驗算計畫執行結果。

Mayer(1992) 從認知心理學的觀點將數學解題歷程及知識做了較具結構性的分析，將解題歷程分為四個步驟，分述如下：1.問題轉譯(problem translation)：將題目轉化成自己所瞭解的話語呈現。問題轉譯需要有良好的陳述性與程序性知識，將問題從文字表徵轉換成心理表徵。2.問題整合(problem integration)：將問題的敘述組合成連貫的表徵。為了整合問題的訊息，需要具有相關的先備知識。3.解題的計畫與監控(solution planning and monitoring)：需具有如何解決問題的策略知識。4.解題的執行(solution execution)：用程序性知識執行正確且有效的算式。

陳建廷 (2006)以Schoenfeld 之解題歷程為藍本，將其轉移階段併入驗證階段，另外細分出計劃與探索兩階段，依序如下：讀題、分析、探索、計畫、執行、驗證共六階段。

綜觀上述解題歷程，本研究所使用的後設認知鷹架策略則根據 Bloom 從所定義的概念知識 (Conceptual Knowledge) 理念進行設計，從較複雜、較大的問題元素間，提示其中的共同屬性，並予以分類形成的知識，透過漸進提示的方式，連結學生的舊經驗(乘法、除法)，讓學生了解因數與倍數是運用乘除概念來進行溝通。此時才能夠培養學生類化乘除法概念為其它概念的學習，培養學生了解如何利用既有概念進行學習新概念的數學推理，連結既有概念與新概念，以及利用既有概念溝通新概念的數學能力，讓學生自行思考獲透過同儕討論後解決問題，以達到學習目標。

程序鷹架擬透過步驟式的流程引導學生透過討論、溝通的方式處理應用問題，可使答案有更高的準確性(Thevenot & Oakhill, 2006)。Hill 與 Hannafin (2001)則指出程序鷹架對學習目標的明確要求，能使學生將焦點放在任務本身，可有效降低學生的認知負載。Lim (2001)亦指出程序鷹架能使過步驟性引導的方式，幫助學生老師專注在教學方法上，可支持較低層次認知活動。

本研究所使用的程序鷹架策略，將合作解題流程分為轉譯問題、引導分析題目及條件、檢視計畫與討論可行性、執行與驗證五個步驟，分述如下。

1.瞭解問題：提問者要求作答者重新敘述題目，但不改變題日本意；作答者經轉譯瞭解問題，並判斷題目中已知和未知的條件。

2.分析題目及條件：提問者引導簡化問題；作答者試著用較小的數來代入嘗試解題。

3.計畫與討論：作答者擬出解決問題的程序，並說明自己的想法；提問者檢視解決問題的過程，並思考是否可以使用不同方法得到答案。若作答者無法作答，提問者可提供自己的想法進行討論，對話過程中溝通、解釋想法，進而達成共識。

4.執行：作答者進行運算。

5.驗證：提問者檢查解題步驟、答案是否合乎條件。

第三節 合作學習的意義、形式及相關研究

一、合作學習的意義

Parker(1985)認為合作學習提供一種合作的學習環境，且指出學生在異質小組中與同儕一起學習，可以互相幫助、提供資源、批判並修正及分享彼此的觀點，當個別的學生所要達到之學習目標與其他同學之間存在有正向積極的互賴關係時，該學習情境即為合作學習(Johson & Johson, 1991)。Nijhot & Kommers(1985)認為合作學習是一種可以鼓勵學生討論、思考的方式，Slavin(1985)認為合作學習是一種有系統的教學策略，可以提高個人學習效果及團體目標。綜合以上文獻可歸納出下列特點。

(一) 培養合作精神和競爭意識

過去的課堂中，雖然也有合作，但僅著重於討論，非真正的合作。而合作學習，有不同的合作形式，有嚴格的分工，有共同的合作動機和學習責任，學生必須團結、信任，在共同的期望目標激勵下，最大限度地完成小組分給自己的任務。另外通過對合作學習結果的自評、互評和教師的評價比較，體現了競爭，使學生的合作精神、競爭意識可以完整的發揮。

(二) 增強學習風氣

過去的學習，多數是老師講、學生聽，即使是學生發言也是學生站起來一個一個的講，因為學生多數不能在規定的時間把老師提出的問題表達清楚。久而久之，就形成了課堂上只有少數同學發言的被動狀況。而合作學習就有效地打破了這種狀況，面對老師的問題，全體同學都必須參與，必須按照分工提出自己的意見，與其他同學交流，共同學習、共同進步。在這種參與互

動中，也增強了學生的學習風氣。

（三）培養學習能力，提高學習效率

與傳統被動式性學習相比，合作學習的方式是，學生在老師的指導下，面對共同的問題，每位同學都必須按分工先拿出自己的意見，即使意見是錯誤的，也必須自己先講出來，再得到別人的糾正。因此，學生都得動腦筋來思考問題。而討論的問題經過小組的補充、修正，形成比較科學的答案。在這個過程中，學生增強了學習態度也學到了知識，提昇了學習效率。

（四）培養創造能力

合作學習的方式不斷地進化，學生合作討論的問題也從老師提出、學生提出到多種形式的提出問題。在合作學習中，老師已不再限定學生討論的答案統一在老師事先限定的框框之中，學生討論結果也有很多是老師始料不及的，但卻是精彩獨到的、受學生矚目和歡迎的，是超越老師和挑戰教材的。在這種學習方式下有很多被動接受的同學，也能產生出一些獨到的見解和奇特的想法。

二、合作學習的應用

合作學習的方式為透過老師提供一個引發學生認知衝突的問題，引發學生進一步進行探究的動機，並透過合作，來共同解決問題。學生以分組的方式，藉由分工互助和互動的過程來澄清彼此的學習歷程，將知識作有系統的組織，分享彼此的學習心得，並經由討論的方式來解決問題，提昇學生的學習成效及問題解決的技巧(Johnson & Johnson, 1991)。

蔡文煥（2000）的研究發現，學生彼此之間擁有相當多共同的舊經驗，比較能產生共享認知的機會。合作學習廣泛運用在不同學科領域上，透過線上學習是

一種熱門的趨勢，林建仲、鄭宗文（2001）認為傳統學習最大的缺點在於欠缺同儕之間的互動，而網路上的合作學習（cooperative learning）充份發揮了網路的特性，藉由網路平台的功能，將學生緊密結合在一起，增進學習社群之間的互動，不僅讓學生培養尊重他人想法與接受他人批評的態度，更使學生對學習負起責任。

沈慶珩（2004）也提出資訊融入教學可充實學生與人合作的經驗與能力，學生可運用各種資訊工具發表個人學習心得、成果與情感，並利用網際網路、電子郵件等工具，與同儕、教師與專家進行資料的溝通、分享與討論，培養與人合作、主動探索的能力，進而促使學生運用資訊科技作為學習的工具，以培養終身學習的能力與習慣。

三、合作學習相關研究

許多研究顯示小組合作能夠在互動過程中澄清彼此的想法，將知識做有系統的組織，分享彼此的發現，以討論的方式來解決困難（劉錫麒，1991；張景媛，1994；張靜馨，1995）。

張獻明（2002）提出在國中數學科實施合作學習法，對學習態度、學習氣氛及學習成就的表現。研究結果發現分組討論時，老師扮演著關鍵角色，其作為左右了合作學習的成敗，老師可善加運用同儕的影響力，讓學生自動建立自治的能力，而合作學習對學生學習數學的動機、班級學習氣氛及數學學習成就均有正面提昇。

黃詠仁與王美芬（2002）在國小自然科合作學習教學策略之行動研究中，探討學生對於合作學習的反應和學習成果發現合作學習，結果發現：1.合作學習的教學活動能提供良好的互動教學環境，有助於社會技巧的培養；2.合作學習能增進學生的學習動機，有助於學生學科知識的學習；3.在合作學習的教學情境下，

能提昇學生的學習態度。而在林政輝(2002)的研究中也探究在討論的學習環境下，表達能力之成長情形。研究結果發現，小組討論有助於表達能力成長。

從林靜萍與楊坤原(2004)，自然與生活科技領域教學經驗談-小組合作學習之成效研究中，可以了解小組合作學習教學策略，並提高學生學習成效。黃寶園與林世華(2002)針對國內合作學習對學習效果影響之相關研究作統合分析，結果顯示有正面的學習成效。Preston(2005)讓學生自由分組，進行合作學習，利用兩人小組進程式教學寫作之學習活動，發現兩人小組進行學習活動對學生學習程式寫作學習是有明顯的幫助。

在提升學生的學習成就研究上發現，中、低學習成就學生的學業成績進步空間更顯著(粘金玉，2004；廖碧珠，2006)，在李淑如(2005)的研究中，實驗組高、低成就學生的學習成就，較傳統講述法有顯著進步。但也有研究顯示：學習成效並無顯著差異(林素如，2005)。

而隨著網路普及，以電腦為基礎的教學策略研究也愈來愈多，藉由網路的合作學習，可提供較彈性的學習環境。許多實證研究也已證實學生在虛擬教室中，進行瀏覽、搜尋的學習活動，能在某些科目中的學習評量得到與傳統面對面相等或更加的學習成效(劉惠如，1999)。

綜合國內外學者對合作學習的看法，合作學習方式的產生是因應組員之間有共同的、依賴的、正向之認知的學習目標，以及為了增進彼此互動、理解和友誼等方面之情意的需要，而以一種有結構、有系統的教學方式進行，在過程中，鼓勵組員之間互相幫助、提供資源，批判並修正、分享彼此的觀點、學習成果以及學習成就上的喜悅，進而引導學生的認知能力朝向更高層次、多元的發展，來提高個人學習效果及團體目標。

四、網路合作學習之探究

由於網際網路的發達，合作學習不再侷限於教室內，透過網路討論區、留言板等分享、溝通、探究或解決問題，網路合作學習和一般課堂上的合作學習都是強調培養學生高層次思考、溝通及社會互動等技能。網路科技的進步，使合作學習不再侷限於教室範圍內，如何促使學生主動溝通、分享是網路合作學習成敗的關鍵。

多位研究者對於網路合作學習視為一種參與的過程，學習的成效著重於是否能產出有意義的知識(王千倬，2003；高碧玉，2005；李郁薇，2005)，在網路學習環境，學生討論版容易淪為單向管道，或充斥著與課程無關的話題，主要的原因是學生不曉得要問甚麼或說甚麼，所以成效不彰。因此，必須經過適當的引導，協助克服不知道該如何溝通、發言的困難，才能達到網路合作學習的效果(王千倬，2003；高碧玉，2005)。

在教育研究上，鷹架理論指的是協助學習者在學習過程中完成任務，由於學生在網路合作學習的過程中，需要指導者引導，因此本研究擬設計網路合作鷹架策略輔助學生合作學習，使學生能順利完成學習任務並達到網路合作學習的成效。

第四節 數學學習成就與學習態度之探究

一、數學學習成就的定義與相關研究

數學，與生活息息相關，讓人們在繁雜的信息中，根據本身的知識和經驗，條理地瞭解事情的來龍去脈，並應用以解決日常生活中的問題。而數學學習成就的定義，根據不同研究者的觀點，會有不同的見解，一般來說，數學學習成就泛指學生在接受數學課程後，在成就測驗上的成績表現(蔡政賜，2006；游俊雄，2007；柯巨航，2008；卓思廷，2008)。因此，本研究中所提及之數學學習成就即學業成就，係指受試者在前一學年度三次段考之數學總平均成績。

在相關研究中，多為探討影響數學學習成就的相關因素，分析比較之後得知數學態度積極、學習動機強者，會導致數學成就較高(林麗華，2006；游俊雄，2007；林佩蓉，2008)，學校影響學生數學成就的因素大於學生學習特質。但在國小階段，不同性別對於數學成就則無顯著相關(蔡政賜，2006；蘇一如，2007)，因此本研究排除性別對於數學學習成就的影響。

許多關於數學學習態度與數學學習成就之研究結果都顯示學習態度與學習成就的關係呈現正相關，學生對數學具有積極正向的態度，則會擁有較高的數學學習成就(楊伯軒，2007；林宜慧，2007；卓思廷，2008)。

綜觀上述研究，可以發現數學的學習態度與數學學習成就間有正向關係，即數學學習態度越好，其數學學習成就也會有越佳的表現。改善學生的數學成就，必須從學生的態度著手，因此本研究希望透過鷹架策略輔助線上合作學習，能讓學生有較正向的數學學習態度，以增進數學學習成就。

二、數學學習態度的定義與相關研究

不少的研究報告指出，數學對學生來說是最具困難與挫折的學科，不喜歡數學的比率的隨年級逐漸增加而加深。過去的教學重點，強調於數學知識本身的認知層面，注重記憶和解題技巧，造成學習的排斥與焦慮，自然就影響其在數學上的學習成就，具有正向態度的學生會付出較多的努力在數學學習上。

有研究者把數學學習態度做分類，像是學數學的樂趣、重要性、動機、信心、社會上的數學價值、數學的焦慮等綜合表現(余鴻穎，2006；康雅芳，2006；吳泓泰，2007)，顧名思義，數學學習態度就是學生對於數學的認知、情意、技能方面所表現出來不同程度的心裡傾向，可分為積極態度與消極態度，且有強弱度之分，因此態度是可測量的。

數學的學習態度定義涵蓋的範圍相當廣，不同的研究者依其研究目的而有不同的詮釋，許慧玉(2001)將數學學習態度量表分八大向度：數學學習信心、數學學習動機、學習習慣、學習自我概念、溝通、互動傾向、數學的實用性。朱江文(2003)認為數學對個人的影響、探究動機、對數學學習的看法、數學成功的態度等綜合表現。Fennema 與 Sherman (1976)所編定的數學態度量表涵蓋了九個向度：數學的實用性、數學是男性的領域、對學習數學的信心、探究數學的動機、對成功學習數學所抱持的態度、學習者知覺父親對其學習數學的態度、學習者知覺母親對其學習數學的態度、學習者知覺老師對其學習數學的態度以及數學焦慮。

本研究彙整以上研究者對數學學習態度的界定，參考 Fennema 與 Sherman (1976)所編定的數學態度量表，將數學學習態度分為三個構面情感性、價值性、動機性等作為數學學習態度量表之構面。

第三章 研究方法與程序

本章將分別說明受試者、研究設計、研究工具及實施程序。

第一節 受試者

本研究之研究對象為台北市某國小五年級學生，三個班級總共 90 名學生，這些學生皆具有整數的乘法和除法（整除）的概念，學過因數和倍數的計算，每組學生為 30 人，並隨機指派為後設認知鷹架組、程序鷹架組與無鷹架組，每組學生以第一學期的三次段考數學成績平均將學生進行異質分組，2 人一組，並以合作學習方式進行教學，研究對象分佈如下表。

表 3-1 受試者分佈

組別 \ 性別	男	女	合計
後設認知鷹架組	16	14	30
程序鷹架組	15	15	30
無鷹架組	15	15	30
合計	46	44	90

第二節 研究設計

本研究旨在探討線上鷹架策略對國小高年級學生數學應用題解題能力及數學學習態度的影響。因此，本研究設計採不等組前後測準實驗設計，以部編版五年級上學期數學「因數與倍數」單元進行教學，區分為實驗組「後設認知鷹架組」、「程序鷹架組」及控制組「無鷹架組」，實驗組會在線上平台進行教學，控制組則進行傳統課堂討論教學。三組均進行因數與倍數單元教學活動，教學實驗前，取得三組學生的前一學期三次段考數學成績平均作為前測，並指導實驗組學生使用 Moodle 平台。實驗過程中，實驗組會由線上平台記錄教學過程，教學時間為每週一節，每節 40 分鐘，為期五週的時間後，實驗組及控制組皆進行因數與倍數成就測驗與數學態度量表的施測，用以瞭解線上鷹架策略對學生數學解題的成效是否有影響。此外，本研究為排除學生數學能力之不同對於依變項之影響，擬以學生之數學成績為共變項進行分析。

本研究以組別為自變項；前測(前一學期三次段考數學成績平均)為共變項；後測成績(因數與倍數成就測驗成績及數學態度量表分數)為依變項。根據研究目的，探討線上鷹架策略在數學解題的成效及態度改變的差異，研究設計如表 3-2。

表 3-2 研究設計

組別	前測	實驗處理	後測
實驗組 1	○	後設認知鷹架策略	○
實驗組 2	○	程序鷹架策略	○
控制組	○	無鷹架策略	○

第三節 研究工具

本研究所使用的工具包括因數與倍數教材、Moodle 平台、因數與倍數成就測驗及數學學習態度量表。

一、教材內容

配合受試者學校的課程版本，以國小五年級部編版數學因數與倍數單元作為教材，參考數學課本及教師手冊內容所編製，實驗組及控制組課程內容是相同的。如附錄 1 所示。

二、Moodle 平台系統

本研究的實驗組透過 Moodle 平台進行數學解題活動，透過內建的討論區、聊天室、作業與量表模組，希望能藉由群體的相互討論作為輔助教學。

1. 討論區：意見發問及分享。

當有人發表主題之後，對於其他人的做法有意見、有質疑或是認同，都可以做回應(每個人至少要回應三篇)。



The screenshot displays a forum thread with two posts. The first post, titled "我有話要說" (I have something to say), is by user xxx 39 and dated 2010年 11月 22日 (Mon.) 15:54. The text of the post discusses elevator stops on floors 90, 93, 96, and 99. A green "回應" (Reply) button is visible to the right. The second post, titled "回應: 我有話要說" (Reply: I have something to say), is by user xxx 40 and dated 2010年 11月 22日 (Mon.) 15:59. It provides a response to the first post, mentioning that the user's idea is good and listing possible situations. At the bottom of the reply box, there are green links for "顯示上層文章" (Show previous article), "編輯" (Edit), "刪除" (Delete), and "回應" (Reply).

圖 3-1 討論區模組畫面

討論區模組可以按照多種不同的方式加以組織，還可以對每個貼文進行相互評等，採非同步的方式進行溝通及討論。貼文可以用多種不同的格式瀏覽，也可以包含附件。學生透過訂閱一個討論區後，透過電子郵件接受到每一個新的貼文。

當學生在解題時，必須思考如何說服別人，若自己無法解釋的話，就沒辦法用。所以讓學生解題的時候，主動思考解題的想法，且其他人幫助說明，也刺激了全班同學不同的思考方向，而且這些解釋是要依據自己所學，且大家都聽得懂的。

指導語如下：

(1)發表自己的做法，如果不知道該怎麼做，就發表自己對題目的看法，或是不知道怎麼解決的地方，讓別人來幫你解答。

(2)去參觀至少三個人的想法，對他們的想法給予評論，無論是對或錯，都值得去看看。

(3)判斷別人的想法是否正確。

(4)對其他人的正確想法可以提出認同。

(5)或是對其他人的錯誤想法可以提出質疑，並且說明你為什麼覺得不對，解釋你的想法。

2. 聊天室：即時討論及溝通。

聊天室模組允許多位參與者在瀏覽器上，以文字進行即時的溝通，提供瞭解其他人想法和問問題的方式，使用聊天室進行聊天與在討論區上進行的非即時溝通是不同的，可用於管理和查看聊天情況。

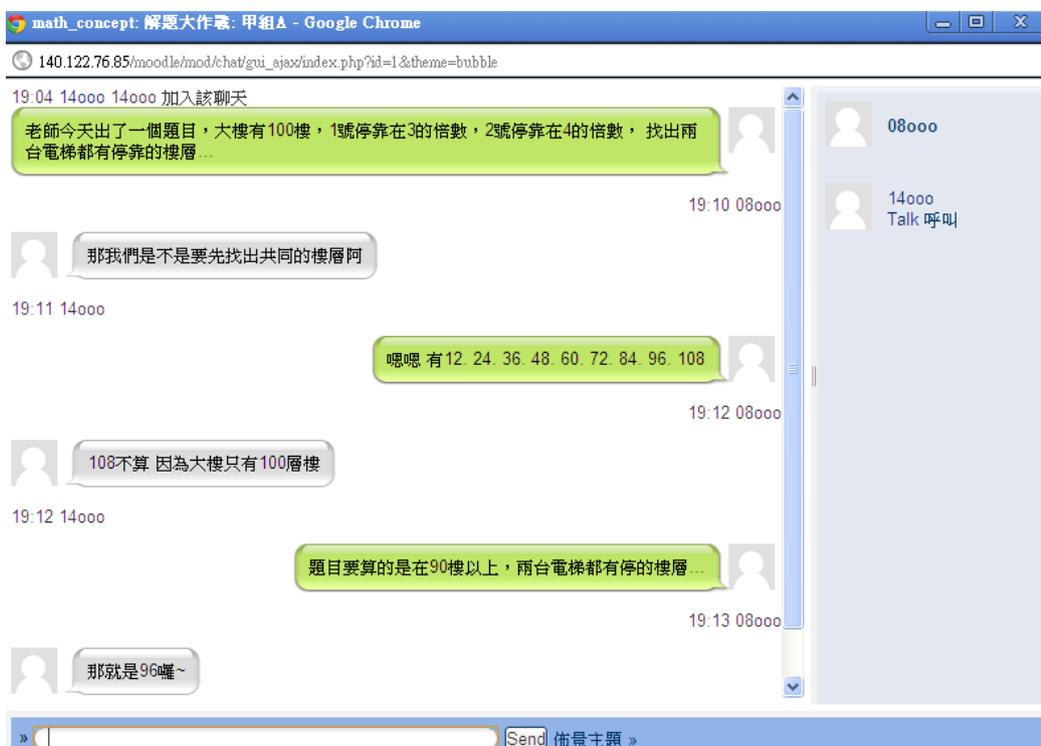


圖 3-2 聊天室模組畫面

3. 學習單元：提供學習指引及重點提示。

單元課程介紹，以遊樂園一日遊為例(如圖)：在「您的答案」中填入對此問題的想法及作法，並寫出答案。

遊樂場一日遊

摩登大廈共100層樓，裡面共兩台電梯，為了節約能源，一號電梯只停靠三的倍數之樓層，二號電梯只停靠四的倍數之樓層。
安安和樂樂想到摩登大廈的遊樂場去玩，因此約在遊樂場見面，只知道遊樂場在90樓以上，而且位於電梯有停靠的樓層，他們應該在幾樓見面？

您的答案：

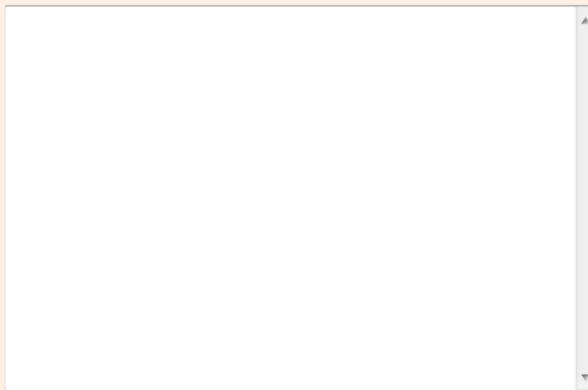


圖 3-3 學習單元模組畫面

每個單元皆有一個討論區，做完單元課程時，就可以到討論區去分享做法或疑惑，按下新增一個討論主題，就可以發表想法。

在單元課程結束之後，將自己的想法和大家分享吧！

1.發表自己的做法，如果不知道該怎麼做，就發表自己對題目的看法，或是不知道怎麼解決的地方，讓別人來幫你解答。

2.去參觀至少三個人的想法，對他們的想法給予評論，無論是對或錯，都值得去看看。

(1)判斷別人的想法是否正確。

(2)對其他人的正確想法可以提出認同，並說明為什麼覺得他的做法是對的。(可舉自己的想法來對照)

(3)或是對其他人的錯誤想法可以提出質疑，並且說明你為什麼覺得不對，解釋你的想法。

新增一個討論主題

圖 3-4 單元課程結束指導語畫面

學習單元模組以一種靈活有趣的方式來發佈內容。它包含一系列的頁面，通常每個頁面的結尾都有一個問題，學生讀完後要作答才能進到下一單元。Moodle 系統會根據學生的回答，將他帶入下一頁或者上一頁。

給學生設計有情境的應用問題，讓學生學習解決問題。為了避免學生只想得到答案而不思考，所以先讓學生思考問題，記錄自己的解題想法之後，才能到討論區進行討論。

指導語如下：

依據問題，將想法條列式寫出，直接寫答案或計算過程則依不同情況部分計分。

4. 作業：依照不同實驗組別，而有不同的引導語，協助完成解題活動。

和其他人討論過、參觀過其他人的做法，並且獲得其他人意見後，即可到課程心得的地方繳交作業，按下「修改繳交的作業」就可以依據以下幾點，寫下你的心得。

請寫下你對這堂課的心得，包含這堂課所做的練習題以及和觀摩他人作法的感想。

1. 寫下這一個單元所學到的東西(哪些已經懂了? 哪些還不懂?)
2. 寫下在討論區和同學討論的內容及對討論主題的回答。
3. 比較自己和其他人的解題方法有甚麼不同?

開始日期: 2010年 11月 20日(Sat.) 00:00
截止日期: 2010年 11月 30日(Tue.) 23:55

您尚未繳交任何作業

修改繳交的作業

圖 3-5 作業模組畫面

作業模組允許教師分配任務給學生，讓學生準備一份(任意格式的)電子文檔，並上傳到伺服器上。常見的作業形式包括論文、試題和報告等等。在這樣解題與討論的歷程中，藉由互相討論各自的解法，學生有機會透過省思自己的經驗來產生學習，重組自己的數學知識體系，建構自己的數學概念。

指導語如下：

- (1)寫下這一個單元所學到的東西(哪些已經懂了? 哪些還不懂?)。
- (2)寫下和同學討論的內容及對討論主題的回答。
- (3)比較自己和其他人的解題方法有甚麼不同?

三、因數與倍數成就測驗

本測驗之目的在於瞭解線上鷹架策略輔助數學應用題解題活動後，實驗組及控制組學生數學因數與倍數單元的學習成效是否有差異。因此，測驗編製依據九年一貫數學能力指標，並參照教師手冊、課本及習作等內容，經國小教師審題後進行預試，將不適合、題意不清、須加強之題目進行修改。

1. 預試

在正式施測前，針對因數與倍數成就測驗進行預試，由台北市某國小五年級學生 105 人，其中男生 55 人，女生 50 人進行預試，受試者皆已學過因數與倍數單元，預試後依試題分析的難度與鑑別度進行檢驗。施測結果，難度介於 0.25~0.81 之間，鑑別度介於 0.12~0.86 之間，平均難度 0.53，平均鑑別度 0.61，重測信度為 0.78(間隔 30 天)，以五年級數學成績為效標，效標關聯效度為 0.80，預試結果如下表所示。

本研究依照預試分析結果進行難度及鑑別度分析(如附錄 3)，並對預試題目進行刪減及修改，以作為正式施測之學習成就測驗(如附錄 2)，此試題共三面，應用題共 12 題，每題 4 分。評分標準如表 3-3 所述。

表 3-3 成就測驗評分方式

得分	解題表現
4	考慮所有條件，過程無誤，且答案正確。
3	概念正確，但計算錯誤，導致答案錯誤。
2	有正確的概念運用。但忽略問題的某個已知條件。
1	對問題有初步了解，但無法完成作答。(如列出算式或畫出圖形)。
0	空白或所寫的不正確、不相關。

2.前測

本研究之前測是由前一學期三次段考數學成績平均算得，後測為自編數學成就測驗，針對教材內容的理解設計題目，以瞭解學生對單元教材的理解程度。測驗時間為單元課程結束後施測，以比較實驗組與控制組的數學解題是否有差異。整份測驗之施測時間為 40 分鐘。

四、數學學習態度量表

態度是經由後天的學習環境中逐漸形成的，但並非不可改變。學生對數學的態度，不但影響數學的學習，更直接影響學生運用所學數學知識解決問題的表現。因此，本態度量表改編自 Fennema 與 Sherman (1976)的數學態度量表，為四點量表，記為 4 到 1 分，依序為「非常同意」、「同意」、「不同意」、「非常不同意」，以學生在數學學習態度量表的總分與各層面得分，做為了解學生數學學習態度之依據，得分愈高表示學生對數學學習態度愈正向。量表總計 30 題，探討的態度成份包括情感性、價值性、動機性等三個向度，在實驗進行後讓學生填寫，藉以瞭解學生數學學習態度 (如附錄 3 所示)。

情感性：指對數學成就的態度與情緒狀態。價值性：指對學生對自己數學能力表現的評價，以及數學是否可以用解決日常生活問題，甚至幫助未來的教育與工作的看法。動機性：指數學引起學生學習、維持學習活動的實際行為，及和他人討論、表達個人想法的內在傾向。

經過預試之後，將量表總分由高到低排序，前 27% 者當作高分組；後 27% 當成低分組，將高低兩組進行 t-test，之後將其餘的 30 小題進行因素分析 (factor analysis)，進行資料縮減，刪去不合適的題目，量表之因素分析如附錄 5 所示。總量表信度 0.889，共 28 題，各向度詳細內容如下表所示。

表 3-4 各向度之 Cronbach's α 係數

向度	題數	Cronbach's α
情感性	9	.864
價值性	10	.776
動機性	9	.702

第四節 實施程序

本研究一共進行五週的實驗教學，實驗組與控制組授課教師、教材與進度相同，實驗組透過線上鷹架策略給予學生解題輔助，控制組則進行傳統課堂討論，在第六週進行數學成就測驗及數學學習態度量表，測驗時間為40分鐘，其流程如下圖所示。

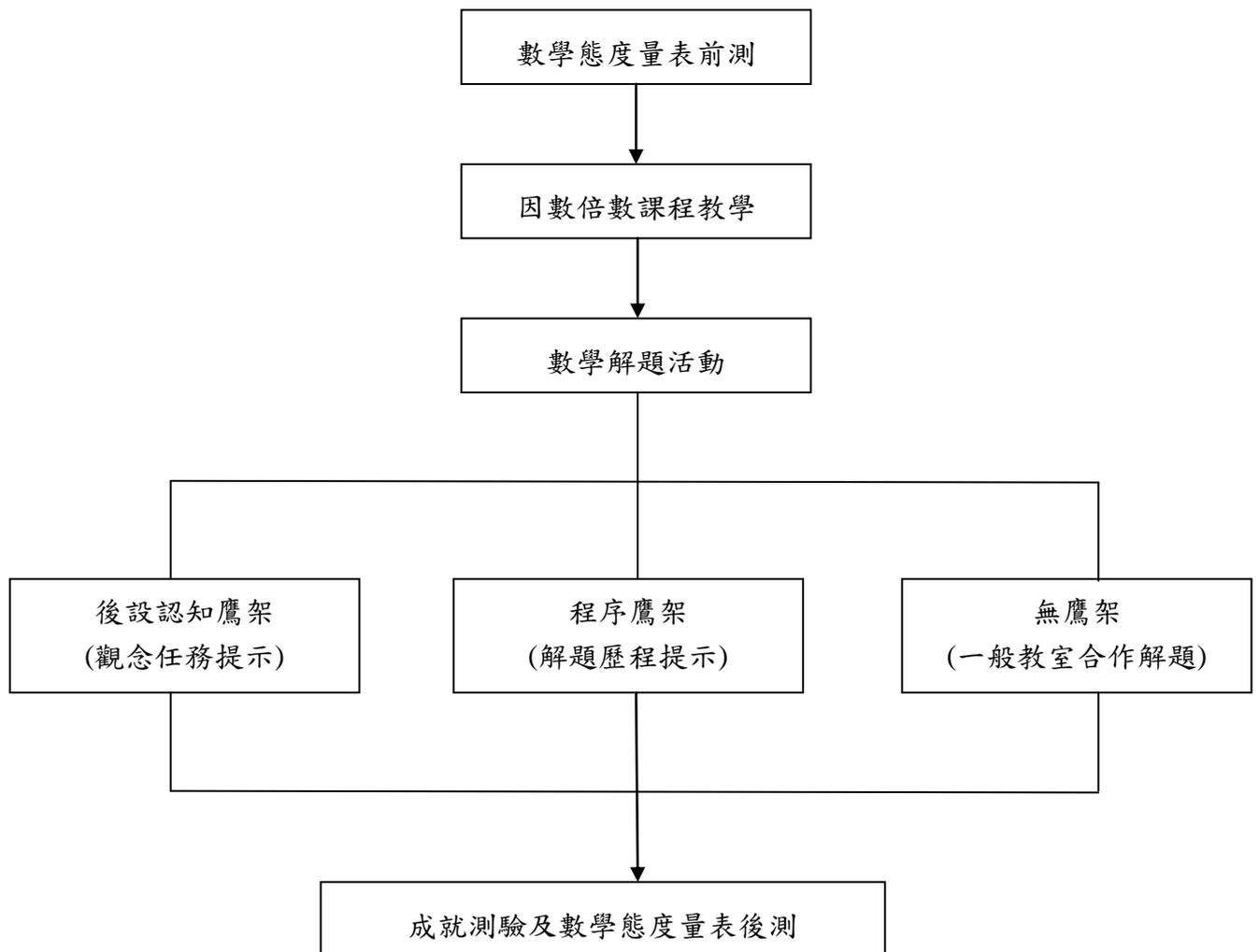


圖 3-6 實驗流程圖

根據實施流程，將實施流程分述如下：

(一) 一般教室進行因數與倍數課程教學

針對學生所使用的數學教材設計課程，由教師講解課程內涵和學習目標，實驗組及控制組在一般教室的課程內容相同。此階段教學活動為全班參與，共同學習為主。

(二) 實驗處理

在本研究中，研究者設計出以解題為出發點的鷹架策略，其中後設認知鷹架透過概念提示策略，而程序鷹架則引用解題歷程的概念，使用 moodle 平台來引導學生透過溝通、觀摩的方式來進行解題，因此，實驗組(後設認知鷹架組和程序鷹架組)在電腦教室進行線上鷹架策略教學，控制組(無鷹架組)則進行自由討論。

由於實驗組學生須透過電腦進行解題活動，而為使合作學習過程獲得成功的經驗，因此需事先教導合作學習的技巧及工具(平台)的使用，所以額外利用一堂課的時間讓學生熟悉平台，知道如何在平台上進行溝通及討論，並瞭解鷹架策略的使用。然後，教學平台漸漸減少提示，讓學生逐漸增加要擔負的責任，最後，讓學生完全負起解題責任。

線上鷹架輔助解題活動大致可分為三個步驟，如下圖所示。

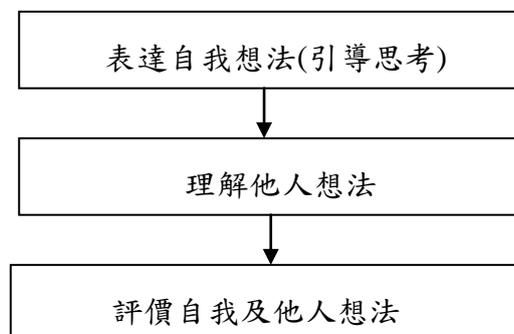


圖 3-7 線上鷹架輔助策略流程圖

1.表達自我想法(引導思考):各組間組內進行討論與互動。依照不同的策略進行線上討論，此時學生只能看到自己組員的意見，看不到其他組同學的互動結果。

(1)個別解題歷程：包含兩個步驟，1.了解問題：試著找出題目所要求的重點，並正確理解題意。2 訂定計畫：組織自己的解題想法。

(2)分享解題概念：包含相關概念或是對於問題的疑問。

2.理解他人想法：此階段各組將討論過後的解題觀念寫在網路的討論區中，此時其他組的同學可以看到不同組別的解題觀念，並給予意見及回饋。

3.評價自我及他人想法：此階段同學們互相分享討論心得，並由老師澄清學生的問題和解題觀念，過程中讓學生檢驗自己的做法以及記錄他人的作法，以便未來應用至其他問題上。

後設認知鷹架組：提供解題任務流程及提示。

隨機分組，輪流作答方式，根據後設認知鷹架策略，作答及提問皆不受限於解題歷程的限制，由學生使用自己的方式替自己的做法辯解、澄清，並達成共識，每隔五分鐘會由教師根據學生作答狀況在公告欄給予思考方向的重點提示。

程序鷹架組：提供解題步驟。

隨機分組，輪流作答方式，透過程序鷹架策略，循序引導完成解題，在解題過程中，提問者在過程中需協助作答者完成解題，解題完成之後角色互換。

無鷹架組

在一般教室進行解題教學，題目和實驗組相同，由老師帶領學生討論，然後在線上進行合作解題練習。

(三) 後測及態度量表

課程結束後，針對學生的數學能力進行數學成就測驗評量，測驗時間為40分鐘，用以瞭解實驗組及控制組學習成效的差異，並透過數學學習態度量表透過瞭解各組學習過後態度是否轉變，其內容則如附錄所示。

第四章 結果與討論

本章主要呈現本研究的研究結果，並進行結果之討論。第一節為實驗結果，將呈現學習成效結果與量表分析。第二節為討論，將探討這些實驗結果。

第一節 因數與倍數成就測驗分數的分析

本研究係以「鷹架學習策略」為自變項，以學生的「因數與倍數學習成就」為依變項，以學生的「第一學期三次段考數學成績平均」為共變量，進行單因子共變數分析。以下就「鷹架學習策略對因數與倍數學習成就的影響結果」說明如下。

進行共變數分析之前，先進行後測得分組內迴歸係數同質性檢定，考驗結果如表 4-1， $F_{(2,87)}=.63$ ， $p>.05$ ，未達顯著標準，顯示符合組內迴歸係數同質性檢定，表示三組迴歸線斜率相同，即共變量與依變項不會因自變項處理不同而有所差異，故進行共變數分析，其成就測驗的原始分數與調整後分數之平均數與標準差如表 4-2，共變數分析摘要如表 4-3。

表 4-1 後測得分的組內迴歸係數同質性檢定

變異來源	SS	df	MS	F
組間	91.613	2	45.807	.63
誤差	6325.680	87	72.709	

表 4-2 成就測驗的原始分數與調整後分數之敘述統計

組別	人數	原始分數		調整後分數	
		平均數	標準差	平均數	標準差
後設認知鷹架	30	37.14	6.98	36.70	1.26
程序鷹架	30	34.60	7.57	35.19	1.27
無鷹架	30	30.75	7.84	30.60	1.26

由表 4-3 共變數分析摘要得知， $F_{(2,86)}=6.387$ ， $p<.05$ ，三組有顯著差異，表示排除共變量影響後，因實驗處理的不同而成績有所差異，因此以調整後平均數進行事後比較。

表 4-3 調整後的後測得分之共變數分析摘要表

變異來源	SS	df	MS	F
共變項	775.804	1	775.804	16.353*
組間	605.993	2	302.997	6.387*
組內	4079.862	86	47.440	
合計	5476.046	89		

* $p<.05$

由表 4-4 結果發現後設認知鷹架組與無鷹架組、程序鷹架組與無鷹架組有顯著差異，顯示實驗組兩組的學習成效皆優於控制組，在線上合作鷹架策略輔助下，而後設認知鷹架組與程序鷹架組的學習成效則沒有顯著差異，因此顯示線上合作鷹架策略組(後設認知鷹架策略組及程序鷹架策略組)對於受試者的學習有顯著成效，後設認知鷹架策略組及程序鷹架策略組間則無差異，但後設認知鷹架策略組在後側的表現上仍較優於程序鷹架策略組。

表 4-4 後測得分之事後比較

組別	後設認知鷹架	無鷹架
程序鷹架	1.507	4.594*
後設認知鷹架		6.101*

* $p < .05$

第二節 數學學習態度量表分析

本研究於學習活動結束後讓學生填寫量表，以了解學生參與線上鷹架網路學習活動後的意見，量表分析結果分三部份加以說明：第一部份為「情感性」，乃在了解學生參與網路學習活動的興趣、認真程度及接納態度；第二部份為「價值性」，乃在了解學生對學習因數倍數後於日常生活之有用性。意見；第三部份為「動機性」，乃在了解學生對線上鷹架策略輔助網路學習活動促進其學習成效的內在傾向。

表 4-5 學生對於數學之學習態度

	無鷹架	程序鷹架	後設認知鷹架	全體同意%
第一部分				
1. 數學是有趣的。	81	71	82	78
2. 我不害怕數學。	43	51	66	53
3. 我自己有信心能解決數學問題。	40	66	70	59
4. 數學很容易。	40	55	64	53
5. 我相信我有解決數學問題的能力。	61	70	77	69
6. 我相信可以得到好的數學成績。	41	77	72	63
7. 對我來說數學考試很容易。	40	50	55	48
8. 解決一個數學難題後我會很有成就感。	90	88	92	90
9. 我的解題想法被認同讓我覺得很有成就感。	92	88	89	90

第二部分

1. 學習數學解題的方法是很重要的。	91	90	92	91
2. 學習數學是為了考試。	30	21	22	24
3. 在數學方面表現良好我覺得很光彩。	91	88	87	89
4. 數學很重要是因為在日常生活中可以用得到。	95	99	97	97
5. 數學是一門值得花時間學習的科目。	80	99	92	90
6. 數學表現很優秀讓我很高興。	91	90	97	93
7. 在數學方面得到獎賞讓我很有自信。	92	93	93	93
8. 學數學可以幫助我解決其他問題。	75	80	92	82
9. 數學很實用因為很多地方都用得到它。	76	91	92	86
10. 和同學討論數學問題對於提升解題正確率有幫助。	90	91	90	90

第三部分

1. 解決數學問題是無聊的。	31	29	22	27
2. 看不懂的題目，我會反覆多看幾次。	60	71	77	69
3. 我時常與其他人討論數學以找出正確答案。	40	80	81	67
4. 下課後我會繼續思考課堂上尚未解決的題目。	30	60	51	47
5. 我會把數學難題一直想到解出來為止。	20	30	25	25
6. 我有能力解決困難的數學問題。	41	80	81	67
7. 我會主動請教其他人如何解決數學難題。	29	77	69	58
8. 對於數學難題的挑戰我感到很有興趣。	77	90	91	86
9. 我會以過去學過的相關概念應用在解題中。	32	51	55	46

經由共變數分析結果，排除共變量後，不同組別之後測分數在情感性、價值性及動機性上皆有顯著差異，如表 4-6 所示。

表 4-6 數學學習態度量表之變異數分析摘要表

向度	變異來源	SS	df	MS	F
情感性	組間	559.089	2	279.544	10.555*
	組內	2304.067	87	26.484	
	合計	2863.156	89		
價值性	組間	70.822	2	35.411	3.331*
	組內	924.833	87	10.630	
	合計	995.656	89		
動機性	組間	664.689	2	332.344	15.987*
	組內	1808.600	87	20.789	
	合計	2473.289	89		

* $p < .05$

由表 4-7 可知，在情感性方面，程序鷹架組得分顯著高於後設認知鷹架組、無鷹架組，亦即程序鷹架組對自己數學成就的態度與情緒狀態顯著優於後設認知鷹架組與無鷹架組；在價值性方面，後設認知鷹架組和程序鷹架組得分皆顯著高於無鷹架組，亦即後設認知鷹架組和程序鷹架組對自己數學能力表現的評價優於無鷹架組；而在動機性方面，後設認知鷹架組和程序鷹架組得分皆顯著高於無鷹架組，亦即後設認知鷹架組和程序鷹架組引起學生維持表現的傾向優於無鷹架組。

表 4-7 數學態度量表之事後比較

向度	組別	後設認知鷹架	無鷹架
情感性	程序鷹架	3.4*	5.967*
	後設認知鷹架		2.567
價值性	程序鷹架	.1	2.433*
	後設認知鷹架		2.533*
動機性	程序鷹架	1.167	7.2*
	後設認知鷹架		6.033*

* $p < .05$

第三節 線上合作鷹架策略對不同成就學生學習成效之分析

為探討不同鷹架(後設認知鷹架、程序鷹架與無鷹架)對高分組受試者之學習成效的影響，在統計上進行共變數分析，以實驗處理為自變項，前一學期三次段考數學成績平均為共變項，因數倍數成就測驗為依變項，進行共變數分析。

先進行組內迴歸係數同質性考驗，考驗結果如表4-8，組內迴歸係數同質性考驗未達顯著($F_{(2,22)}=.685, p>.05$)，表示三組迴歸線斜率相同，符合共變數分析的基本假設，可以進行共變數分析。

表 4-8 高分組成就測驗得分的組內迴歸係數同質性檢定

Levene Statistic	df1	df2
.685	2	22

在表4-9中，為高分組學生在因數與倍數成就測驗之敘述統計及調整後平均數與標準差。

表 4-9 高分組學生成就測驗的原始分數與調整後分數之敘述統計

組別	人數	原始分數		調整後分數	
		平均數	標準差	平均數	標準差
後設認知鷹架	7	44.91	1.81	45.31	1.31
程序鷹架	8	43.4	1.40	42.84	1.23
無鷹架	12	37.5	4.35	36.75	1.01

而後經由因數與倍數成就後測分數之共變數分析結果，排除共變量後，不同組別之後測分數有顯著差異($F_{(2,21)}=26.414, p<.05$)，可知受試者的因數與倍數成就測驗成績會因鷹架策略的不同而有所差異，可再進行事後比較。

表 4-10 高分組調整後的成就測驗得分之共變數分析摘要表

變異來源	SS	df	MS	F
共變項	11.672	1	11.672	1.597
組間	386.114	2	193.057	26.414*
組內	153.487	21	7.309	
合計	539.610	24		

* $p<.05$

由表4-11得知學生在程序鷹架組顯著優於無鷹架，另外後設認知鷹架也優於無鷹架，但程序鷹架與後設認知鷹架之後測分數則無顯著差異。

表 4-11 高分組成就測驗得分之事後比較摘要表

組別	後設認知鷹架	無鷹架
程序鷹架	2.476	6.087*
後設認知鷹架		8.563*

* $p<.05$

為探討不同鷹架(後設認知鷹架、程序鷹架與無鷹架)對中分組受試者之學習成效的影響，在統計上進行共變數分析，以實驗處理為自變項，前一學期三次段考數學成績平均為共變項，因數倍數成就測驗為依變項，進行共變數分析。

先進行組內迴歸係數同質性考驗，考驗結果如表4-12，組內迴歸係數同質性考驗未達顯著($F_{(2,34)}=1.274, p>.05$)，表示三組迴歸線斜率相同，符合共變數分析的基本假設，可以進行共變數分析。

表 4-12 中分組學生成就測驗得分的組內迴歸係數同質性檢定

Levene Statistic	df1	df2
1.274	2	34

在表4-13中，為中分組學生在因數與倍數成就測驗之敘述統計及調整後平均數與標準差。

表 4-13 中分組學生成就測驗的原始分數與調整後分數之敘述統計

組別	人數	原始分數		調整後分數	
		平均數	標準差	平均數	標準差
後設認知鷹架	14	37.96	2.23	37.89	.63
程序鷹架	14	35.27	2.71	35.30	.62
無鷹架	9	32.33	1.68	32.40	.78

而後經由因數與倍數成就後測分數之共變數分析結果，排除共變量後，不同組別之後測分數有顯著差異($F_{(2,33)}=12.732, p<.05$)，可知受試者的因數與倍數成就測驗成績會因鷹架策略的不同而有所差異，可再進行事後比較。

表 4-14 中分組調整後的成就測驗得分之共變數分析摘要表

變異來源	SS	df	MS	F
共變項	4.644	1	4.644	.861
組間	163.307	2	81.653	15.133*
組內	178.058	33	5.396	
合計	358.013	36		

* $p<.05$

由表4-15得知學生在後設認知鷹架組顯著優於無鷹架組，但程序鷹架組與後設認知鷹架組、無鷹架組之後測分數則無顯著差異。

表 4-15 中分組成就測驗得分之事後比較

組別	後設認知鷹架	無鷹架
程序鷹架	2.247	2.785
後設認知鷹架		5.032*

* $p<.05$

為探討不同鷹架(後設認知鷹架、程序鷹架與無鷹架)對低分組受試者之學習成效的影響，在統計上進行共變數分析，以實驗處理為自變項，前一學期三次段考數學成績平均為共變項，因數倍數成就測驗為依變項，進行共變數分析。

先進行組內迴歸係數同質性考驗，考驗結果如表4-16，組內迴歸係數同質性考驗未達顯著($F_{(2,23)}=.565, p>.05$)，表示三組迴歸線斜率相同，符合共變數分析的基本假設，可以進行共變數分析。

表 4-16 低分組學生成就測驗得分的組內迴歸係數同質性檢定

Levene Statistic	df1	df2
.565	2	23

在表4-17中，為低分組學生在因數與倍數成就測驗之敘述統計及調整後平均數與標準差。

表 4-17 低分組學生成就測驗的原始分數與調整後分數之敘述統計

組別	人數	原始分數		調整後分數	
		平均數	標準差	平均數	標準差
後設認知鷹架	8	27.85	4.39	27.35	1.23
程序鷹架	8	24.62	4.31	26.60	1.29
無鷹架	10	22.72	7.87	23.03	1.10

而後經由因數與倍數成就後測分數之共變數分析結果，排除共變量後，不同組別之後測分數有顯著差異($F_{(2,22)}=12.732, p<.05$)，可知受試者的因數與倍數成就測驗成績會因鷹架策略的不同而有所差異，可再進行事後比較。

表 4-18 低分組調整後的成就測驗得分之共變數分析摘要表

變異來源	SS	df	MS	F
共變項	397.197	1	397.197	19.904
組間	508.130	2	254.065	12.732*
組內	439.023	22	19.956	
合計	1216.875	25		

* $p<.05$

由表4-19得知學生在程序鷹架組顯著優於無鷹架組，另外後設認知鷹架組也優於無鷹架組，但程序鷹架組與後設認知鷹架組之後測分數則無顯著差異。

表 4-19 低分組成就測驗得分之事後比較

組別	後設認知鷹架	無鷹架
程序鷹架	.745	3.57*
後設認知鷹架		4.315*

* $p<.05$

第四節 綜合討論

綜合前三節研究結果，進一步探討不同鷹架策略對學生數學科學習的影響，分點說明如下：

一、線上合作鷹架策略對成就測驗分數的影響

以往的研究者(李長燦，2003；巫正成，2000；翁嘉聲，2001；楊代誠，2002)認為鷹架中提供框架式的教學能輔助部分的知識結構，有助於增進學生的數學能力；另外也有研究者(陳育琳，2002；陳育琳，2003)發現，鷹架策略有助於數學理解，經由合作討論解題，可以引發認知衝突，增進數學概念的發展。因此，程序鷹架組、後設認知鷹架組的學生可能在接受較多輔助機制的學習後，讓學生透過鷹架策略輔助下，闡述彼此的概念，藉此澄清與建構概念提高學習成效(王凱平，2005；江麗君，2004；李淑如，2005；陳琇姿，2006)，有助於學生進一步幫助理解所學之教材，增進其數學解題的成效。研究結果顯示無論是實驗組或控制組在學習成就方面皆有所進步，但接受線上合作鷹架策略的實驗組(後設認知鷹架組和程序鷹架組)學生進步幅度更大，並顯著優於控制組，由此可推論，透過線上鷹架策略輔助合作解題較無鷹架策略更有利於學習成效的增進。

二、線上合作鷹架策略對數學學習態度的影響

從數學學習量表的結果分析，雖然多數的學生認為鷹架策略對其學習有所助益，但研究結果顯示不同組別之間所受的助益可能有某種程度上的差異。從數學學習態度量表結果可知，無鷹架組覺得無信心的學生比率較高，而且比實驗組高出很多，顯示本研究實驗組的學生由於接受的鷹架輔助，增強學習者的信心，因此可以促進其數學解題的成效。

從各面向來看，在情感性的表現，程序鷹架組分數顯著高於後設認知鷹架組及無鷹架組，許多研究(蔡明宏，2005)發現「學生喜歡合作學習的教學方式，在學習態度上會變得較積極」相符，且情意的表現方面也具有正向幫助(郭家豪，2004)顯示透過程序鷹架策略循序引導學生思考各種解題策略，不僅增進學生解題能力的技巧，也引起學生的學習動機，使其重獲學習的成就感。後設認知鷹架策略雖未達顯著，但態度較無鷹架組正向。在價值性的表現上，程序鷹架組和後設認知鷹架組分數顯著高於無鷹架組，王曉璿、林朝清、周建宏和蔡松男(2009)在研究中也發現透過「鷹架式電腦輔助學習」模式之學生，在學習興趣及學習延伸意願部份都有正向之學習態度，在動機性的表現上，程序鷹架組和後設認知鷹架組分數顯著高於無鷹架組，因為合作鷹架策略的輔助，讓學生在合作學習上有所適從，所以也增進學生的學習動機，致使學生的學習成就能夠有效增進(石柳茶，2006；陳琇姿，2006)。另外，透過溝通與討論的引導，由單向接收訊息，轉變為敢於質疑、討論，甚至能更進一步地提出自己的見解，這與陳育琳和徐照麗(2007)之研究結果相符合。

三、線上合作鷹架學習策略對不同成就學生的影響

在線上合作學習的過程中，學生透過聊天室及討論區的概念分享，獲得原本所缺乏的概念，同儕間的訊息溝通及解釋會比老師的講述更淺顯易懂，互動效果也更有效。本研究之結果發現，無論是後設認知鷹架組或程序鷹架組，不同程度的學生分數皆顯著高於無鷹架組。合作鷹架策略組學生的數學學習成就顯著高於無鷹架組學生的數學成就，亦即接受線上合作鷹架策略的學生數學學習成就比無鷹架組的學生高，與一些研究者(粘金玉，2004；李淑如，2005；廖碧珠，2006)所研究結果相符合。由事後比較發現：不管接受何種方法學習數學，學生的數學成就皆有顯著的差異

綜合上述之結論可發現，無論在學習態度或學習成效上，後設認知鷹架組和程序鷹架組表現皆顯著優於無鷹架組。

第五章 結論與建議

在本章中對研究的結果進行討論，探討透過線上鷹架輔助解題平台的使用後，數學解題能力是否提升，以及數學學習態度的改變，進而探討其輔助學生解題之學習成效。

本章綜合第四章的研究的結果，提出本研究的結論，以及根據研究的結論對未來的研究提出建議，茲分兩節論述之。第一節為線上合作鷹架策略對數學解題的成效及實用性做探討，第二節對於未來的教學活動與研究提出建議。

第一節 結論

傳統合作學習重形式上的分組，卻沒有針對各小組的解題方式進行全班性的討論，在小組討論的過程中，師生或同儕間雖有對話，但較少數學性的溝通，使討論流於形式，學生並不易經由對話習得數學知識。採用線上鷹架策略輔助合作學習，讓學生在解釋如何解決問題時，知道如何表達自己的想法，也讓學生學會嘗試理解他人所提出的解釋，進而落實數學概念的溝通。

在合作解題的活動中，避免少數或單獨一人包辦所有解題、發表、討論的工作，每個人的工作定時輪替，從封閉式的問題逐漸轉成請學生說明解題想法，也由單純的背誦公式進展到能夠清楚說明解題策略。

一、線上合作鷹架策略有助於學生解題能力的提昇

合作鷹架策略(後設認知鷹架及程序鷹架)組在學習過程中，提供學生一個自我思考的機會，不直接告訴學生解答，透過小組合作解題後，分享解題的想法及理由，目的是希望小組在合作學習的過程中能扮演同儕互相指導的角色，讓學生透過合作鷹架策略了解問題、分析問題、擬定解題計畫，到解決問題，藉由小組合作以提高學習成效，將生澀的概念活用到解題中。

根據研究結果顯示，在解題表現上，後設認知鷹架組及程序鷹架組分數皆顯著高於無鷹架組。程序鷹架組提供學生完整的操作步驟，讓學生在學習過程中能夠有所遵循，使學生不至於徬徨失措，但亦可能導致學生未能主動思考題目本身意義及解題的方法，因而在成就測驗時分數略低於後設認知鷹架組。

二、數學解題活動採用線上合作鷹架策略均持正向肯定態度

因為鷹架策略的輔助，讓每個學生都有機會去教導同學與被同學教導，透過溝通過程，強化自己的理解力及表達技巧能力，並分享學得的知識及經驗，建立自信及責任感，且透過線上合作解題的方式異於平時上課方式，學生的感覺較新鮮、新奇。根據數學態度量表結果顯示，不論是接受後設認知鷹架或是程序鷹架之學生，對於鷹架輔助策略解題活動均抱持正向的態度。

三、線上合作鷹架策略對不同程度的學生皆有助益

對於高分組學生來說，程序鷹架對分析、問題解決等高層次認知活動的表現上則會有所限制。後設認知鷹架策略能幫助學生釐清題目與自己的想法，並用自己的方式詮釋解題方法，不侷限於固定的解題思考模式，讓學生感受到自己有能力去完成解題，並幫助他人理解問題，雖然程序鷹架組和後設認知鷹架組並無顯著差異，但後設認知鷹架組的分數略高於程序鷹架組。

中等程度的學生在數學解題上，並非完全不了解如何解題，後設認知鷹架策略讓中等程度的學生有較多思考的空間，根據概念的重點提示，在討論過程中，透過摘要、產生問題、澄清問題，較容易釐清原本錯誤的觀念。而程序鷹架策略提供的是解題思考模式，中等程度的學生不完全沒有自己的解題策略，因此程序鷹架的輔助成效並不大，但仍然優於無鷹架策略組的表現。

對於低分組學生來說，程序鷹架策略讓低成就的學生有參與感，在循序漸進的溝通過程中，不僅觀摩他人的做法，並說出自己的想法，不但有利於別人判斷他的思考邏輯，更澄清解題的迷思，雖然程序鷹架組和後設認知鷹架組並無顯著差異，但程序鷹架組的分數略高於後設認知鷹架組。經由實驗結果證明，無論是對高分組學生或低分組學生，線上合作鷹架策略的確可以幫助他們解題思考。

綜合以上結果數據顯示，線上合作鷹架策略具有潛在提升學生學習效益的功能，彌補正式課堂中學習的不足，且根據實驗組學生於課程結束後做的數學學習態度量表中顯示，大部分的學生對於能夠在課堂中進行同儕互動，對自己的學習有幫助，因而有正向的學習態度。

第二節 建議

依據本研究之結論，對線上合作鷹架學習策略的應用與未來研究提出以下建議：

一、對線上鷹架合作策略的建議

研究顯示鷹架策略有助於提升學習成效及改變對於數學解題的態度，但本研究僅針對兩種鷹架策略進行探討，其餘尚未著墨，建議後續研究可針對其他鷹架策略進行探究，或是組合不同的鷹架策略來達成更好的成效。

二、對後續教學應用的建議

教材設計宜多元且合乎生活經驗，透過學生較熟悉的生活情境下設計題目，可以避免學生記憶題型而使用某些解題策略，促使學生能夠將因數與倍數的概念，遷移到日常生活中。

而在解題過程中，鼓勵學生多交流及發問，個別解題時，常常未了解題意就進行運算，遇到沒看過的題型便束手無策，所以透過學生間互相交流，可以幫助學生澄清並建構屬於自己的知識，也幫助老師了解學生的迷思概念。

三、對未來研究的建議

因為實驗時間短，且學習後立即評量，所以無法確保知識的保留或遷移，因此建議未來可加入延宕測驗，或是質性研究做進一步的分析與探討。

參考文獻

- 于國善 (2004)。國小學生因數補救教學之個案分析。國立屏東師範學院數理教育研究所論文，未出版，屏東市。
- 王千倬 (2003)。以『網路同儕教學』建構『網路學習社群』之行動研究，**師大學報**，48(1)，119-142。
- 王凱平 (2005)。合作學習策略於「原子結構」學習成效之研究。中華民國第 21 屆科學教育學術研討會，彰化。
- 王曉璿、林朝清、周建宏、蔡松男(2009)。不同電腦輔助學習策略輔助數學分數概念課程學習效益之研究，**數位學習科技期刊**，1(4)，326-346。
- 石柳棻 (2006)。合作學習教學策略對國二學生數學學習動機、數學學習態度與數學學習策略之影響。國立彰化師範大學科學教育所碩士論文，未出版，彰化。
- 朱江文 (2003)。問題導向學習教學策略改善學童數學態度與教師成長之行動研究。國立臺中師範學院數學教育學系在職進修教學碩士學位班碩士論文。
- 江麗君 (2004)。結合作業學習與資訊科技於國中自然與生活科技教學之研究。國立彰化師範大學科學教育所數理教學碩士班論文，未出版，彰化。
- 巫正成 (2000)。數學對話促進國一學生數學理解之個案研究。未出版碩士論文，國立高雄師範大學，高雄市。
- 李長燦 (2003)。發展對話與反省社群的國小數學教學模式之研究 - Vygotsky「可能發展區」概念的探討與實踐。未出版博士論文，國立高雄師範大學，高雄市。
- 李郁薇 (2005)。網路學習社群中的潛水現象---一種被忽略的充分參與。國立中央大學學習與教學研究所碩士論文，中壢市。

- 李淑如 (2005)。合作學習教學法運用於高職一年級商業概論教學之探討。國立彰化師範大學商業教育學系教學碩士班論文，未出版，彰化。
- 沈慶珩 (2004)。資訊科技融入教學之概念、應用與活動設計。教育資料與圖書館學，42(1)，139-155。
- 余鴻穎 (2006)。高職學生數學學習困擾與學習態度之研究。國立台北科技大學技術及職業教育研究所碩士論文，未出版，台北市。
- 林建仲、鄭宗文 (2001)。合作式學習與問題解決—培養以問題解決為中心的網路合作學習。資訊教育雜誌，85，55-64。
- 林珮如 (2002)。國小學生因數解題與迷思概念之研究。屏東師範學院數理教育研究所未出版碩士論文。
- 林政輝 (2002)。國中生討論數樣式關係時表達理由能力的成長之探究。國立台灣師範大學數學系碩士班碩士學位論文。
- 林靜萍、楊坤原 (2004)。自然與生活科技領域教學經驗談—小組合作學習之成效。國立編譯館館刊，32，78-84。
- 林素如 (2005)。國中生物教師試行合作學習之行動研究。國立彰化師範大學生物學系教學碩士班論文，未出版，彰化。
- 林麗華 (2006)。國小不同數學成就學生對數學文字題的閱讀理解能力之探討。國立台南大學，碩士論文。
- 林宜慧 (2007)。台南地區國一學生參加校外數學補習對其學習的影響。高雄師範大學數學系碩士論文，未出版，高雄市。
- 吳泓泰 (2006)。國中生學習風格、數學學習態度與數學學業成就關係之研究。大葉大學教育專業發展研究所碩士論文，未出版，彰化縣。
- 卓思廷 (2008)。國三學生學習態度、家庭支持、數學學習環境與其數學成就之相關研究 - 以基隆市某國中為例。中國文化大學青少年兒童福利研究所碩士在職專班碩士論文，未出版，台北市。

- 柯巨航 (2008)。補習教育與國中學生數學成就關係之探討。國立花蓮教育大學數學系碩士班碩士論文，未出版，花蓮縣。
- 翁嘉聲 (2001)。國小數學教學形成全體討論文化之個案研究。未出版碩士論文，國立台北師範學院，台北市。
- 高碧玉 (2005)。網路學習社群互動策略之實證研究。中山大學傳播管理研究所碩士論文。
- 郭家豪 (2004)。運用合作學習教學法於自然與生物科技領域以提昇國中學生基本能力之行動研究。國立彰化師範大學科學教育所數理教學碩士班論文，未出版，彰化。
- 許慧玉 (2001)。卷宗評量與紙筆測驗對國小四年級學生數學概念、數學溝通能力及數學學習態度之實驗研究。國立嘉義大學國民教育研究所碩士論文。
- 粘金玉 (2004)。合作學習教學策略在高職進修學校學生會計學 I 之學習成效。國立彰化師範大學商業教育系教學碩士論文，未出版，彰化。
- 康雅芳 (2006)。國小五年級學童認知風格、數學態度與數學解題表現之關係研究。國立高雄師範大學教育學系碩士論文，未出版，高雄市。
- 曹萬春 (2005)。應用鷹架理論輔助國小分數迷思概念課程效益之探究。臺中師範學院數學教育學系碩士論文，未出版。
- 陳育琳 (2002)。數學對話影響國三學生數學理解之探究。九十一學年度師範院校教育學術論發表會論文集 (頁 261-294)，嘉義市：嘉義師範學院。
- 陳育琳 (2003)。國中數學實施統整課程之行動研究---以幾何課程為例。系統思維模式提昇九年一貫課程實施成效研討會論文集 (頁 64-86)。台中市：台中師範學院。
- 陳標松 (2003)。國小六年級數學學習困難學生因數倍數問題解題之研究。國立彰化師範大學碩士論文，未出版，彰化市。

- 陳正明 (2003)。透過 Excel 輔助進行線型函數補救教學之研究 - 以一個國二學生為例。國立臺灣師範大學數學研究所，碩士論文，未出版。
- 陳筱涵 (2004)。高雄地區國一學生因數與倍數單元錯誤類型之分析研究。國立高雄師範大學數學系碩士論文。
- 陳麗春 (2004)。應用網際網路輔助數學解題教學成效之研究。國立新竹師範學院數理教育研究所未出版碩士論文。
- 陳育琳 (2006)。數學同儕鷹架理論之發展與驗證。國立臺中教育大學教育學系博士論文，未出版，臺中。
- 陳建廷 (2006)。國一學生一元一次方程解題歷程之研究。國立中山大學教育研究所，碩士論文，未出版。
- 陳琇姿 (2006)。合作學習對國一學生自然科學習動機與學習成就之影響。國立彰化師範大學生物學系所教學碩士論文，未出版，彰化。
- 陳育琳、徐照麗 (2007)。同儕鷹架理論對國三學生數學態度影響之探究。國民教育研究學報，19，141-168。
- 游俊雄 (2007)。台灣高中生數學成就及其相關因素之探討。國立中央大學，碩士論文。
- 張景媛 (1994)。數學文字題錯誤概念分析及學生建構數學概念之研究。教育心理學報，27，175-200。
- 張靜馨 (1995)。問題中心教學在國中發展之經過、效果及可行性之探討。科學教育學刊，3(2)，139-164。
- 張獻明 (2002)。國一數學科小組合作學習之行動研究。國立高雄師範大學數學系，碩士論文，未出版。
- 黃詠仁、王美芬 (2002)。國小自然科合作學習教學策略之行動研究。科學教育研究與發展季刊，28(1)，1-20。

- 黃寶園、林世華 (2002)。合作學習對學習效果影響之研究：統合分析。**教育心理學報**，34(1)，21-41。
- 黃寶彰 (2003)。六、七年級學生數學學習困難部分之研究。屏東師範學院數理教育研究所碩士論文。
- 楊代誠 (2002)。國中數學課室教師進行師生對談歷程及影響因素之研究。未出版碩士論文，國立彰化師範大學，彰化市。
- 楊代誠 (2004)。國中數學課室教師進行師生對談歷程及影響因素之研究。國立彰化師範大學科學教育研究所，碩士論文，未出版。
- 楊伯軒 (2007)。探討影響國二學生數學學習成就的因素-以 TIMSS 2003 為例。國立台灣師範大學數學系研究所碩士論文，未出版，台北市。
- 廖碧珠 (2006)。合作學習對國中一年級學生的數學態度與學習成效之影響。國立彰化師範大學科學教育所數理教學碩士班論文，未出版，彰化。
- 蔡文煥(2000)。以日常生活活動為基礎促進兒童數學學習—以撲克牌為例。八十九學年度師範學院教育學術論文發表會論文集，新竹市。
- 蔡慧玲(2001)。一個國小低年級教師引導學生說明數學解題想法的分析與批判。國立台南師範學院國民教育研究所碩士論文。未出版。
- 蔡明宏 (2005)。高職計算機概論試行合作學習之行動研究。國立彰化師範大學科學教育所數理教學碩士班論文，未出版，彰化。
- 蔡政賜 (2006)。國小六年級學生數學成就相關因素之調查研究—以 TASA2005 為例。國立台南大學，碩士論文。
- 葉辰楨、王國華、蔡明致 (2010)。後設認知鷹架策略融入科學探究教學之探討。**科學教育研究與發展季刊**，000(058)，0001-0032。
- 劉錫麒 (1991)。數學解題教學的新趨勢。**國教園地**，35-36，45-46。
- 劉惠如 (1999)。整合式網路教學之教學設計與評量，國立中山大學資訊管理研究所未出版之碩士論文。

蕭正洋(2004)。國小學生倍數補救教學實施之研究。屏東師範學院數理教育研究所碩士論文。

謝君琳(2002)。合作學習對國小四年級數學低成就學生數學學習與同儕互動之影響。未出版碩士，彰化師範大學特殊教育學系所，台北市。

蘇一如(2007)。影響國際數學成就因素之比較-以 TIMSS 2003 臺灣與美國為例。國立臺北教育大學，碩士論文。

- Brown, A. (1987). Metacognition, executive control, self control, and other mysterious mechanisms. In F. Weinert and R. Kluwe (Eds.), *Metacognition, motivation, and understanding* (pp. 65-116). Hillsdale, NJ: Erlbaum.
- Cannella, G. S. (1993). Learning through social interaction: Shared cognitive experience, negotiation strategies, and joint concept construction for young children. *Early Childhood Research Quarterly*, 8, 427-444.
- Dyson. A. H., (1990) "Weaving possibilities Rethinking metaphors for early literacy development", *The Reading Teacher*, 44, pp.2025-213.
- Dewey, J. (1916). *Democracy and education*. New York: The Macmillan Company Press.
- DFE, (1995), "*The Parents' Charter: Publication of Information about Secondary School Performance in 1995*", Circular number 6/95, DFE Publications, London.
- Empson, S. B. (2003). Low-performing students and Teaching fractions for understanding: An interactional analysis, *Journal for Research in Mathematics Education*, 34(4), 305-343.
- Fennem, E. & Sherman, J. A. (1976). Fennema-Sherman Mathematics Scales. Instruments designed to measure attitudes toward the learning of mathematics by males and females. *JSAS Catalog of Selected Document in Psychology*, 6(3), 1-32.
- Fuson, K. C., Carroll, W. M., & Drueck, J. V. (2000). Achievement results for second and third graders using the standards-based curriculum Everyday Mathematics, *Journal for Research in Mathematics Education*, 31(3), 277-295.
- Garofalo, J. & Lester, F. K. (1985). Metacognition, cognitive monitoring, and mathematical performance. *Journal for Research in Mathematics Education*, 16(3), 163-176.

- Hill, J., & Hannafin, M. (2001). Teaching and learning in digital environments: The resurgence of resource-based learning. *Educational Technology Research and Development, 49*(3), 37-52.
- Hew, K. F., & Cheung, W. S. (2003). Evaluating the participation and quality of thinking of pre-service teachers in an asynchronous online discussion environment: Part 1. *International Journal of Instructional Media* , 30 (3), 247-262.
- Johnson, H., & Johnson, P. (1991). Task knowledge structures: Psychological basis and integration into system design. *Acta Psychologica, 78*, 3-26.
- Jacobson, M., & Spiro, R. (1995). Hypertext learning environments, cognitive flexibility, and the transfer of complex knowledge: An empirical investigation. *Journal of Educational Computing Research, 12*(4), 301-333.
- Jonassen, D. (1996). *Computers in the Classroom: Mindtools for Critical Thinking*. Englewood Cliffs. NJ: Merrill.
- Jonassen, D. & Reeves, T. (1996). Learning with technology: Using computers as cognitive tools, in D. Jonassen, ed., *Handbook of Research on Educational Communication and Technology* (pp. 693–719). New York: Scholastic.
- Jackson, S. L., Krajcik, J. S., Soloway, E. (1998) The Design of Guided Learner-Adaptable Scaffolding in Interactive Learning Environments, ACM CHI '98 Human Factors in Computer Systems, Proceedings, Los Angeles, CA, Addison-Wesley, 187-194.
- Johnson, D. W. & Johnson, R. T. (1999). *Make cooperative learning. Theory Into Practice*. 38(2), 67-74.
- Kilpatrick, J. (1967). Problem solving in mathematics. *Review of Educational Research, 39*, 523-534.

- Lester, F. K. (1980). Problem solving: Is it a problem? In M. M. Lindquist (Ed.), *Selected issues in mathematics education* (pp. 29-45). Berkeley Calif: McCutchan.
- Langer, J. A. (1991). Literary understanding and literature instruction (Report Series 2.11). Albany, NY: Center for the Learning and Teaching of Literature, State University of New York at Albany.
- Lim, B. R. (2001). Guidelines for designing inquiry-based learning on the web: online professional development of educators. Unpublished doctoral dissertation, Indiana University, Bloomington, Minnesota.
- Mayer, R. E. (1992). Cognition and instruction: Their historic meeting within educational psychology. *Journal of Educational Psychology*, 84,405-412.
- National Council of Supervisors of Mathematics(1977). *Position paper on basic mathematical skills. Arithmetic Teacher*, 25, 19-22.
- National Council of Teachers of Mathematics. (1980). Problem solving be the focus of school mathematical in the 1980's. An agenda for action. Palo Alto, Calif : Dale Seymour Publications Press.
- Nijhot, W., & Kommers, P. (1985). An analysis of cooperation in relation to cognitive controversy. In R. Slavin, S. Sharan, S. Kagan, R. H. Lazarowitz, C. Webb, & R. Schmuck (Eds.), *Learning to cooperate, cooperating to learn* (pp.125-146). New York: Plenum Press
- National Council of Teachers of Mathematics. (1989).Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics. Palo Alto, Calif.: Dale Seymour Publications Press.
- National Council of Teachers of Mathematics. (2000). Principles and Standards for School Mathematics. Palo Alto, Calif: Dale Seymour Publications Press.

- Polya, G. (1945). *How to solve it*. Princeton, NJ: Princeton University Press.
- Parker, R.E. (1985). Small-group cooperative learning--improving academic, social gains in the classroom. *Nass Bulletin*, 69(479), PP.48-57.
- Preston, D. (2005). Pair Programming as a model of cooperative learning. A Review of The research. *Journal of computing Sciences in Colleges*, 20(4), 39-45.
- Rigney, J. (1978). *Learning strategies: A theoretical perspective*. In O'Neil, H. F. Jr. (Ed.) *Learning Strategies*. New York: Academic Press.
- Rittle-Johnson, B. & Koedinger, K.R. (2005). Designing knowledge scaffolds to support mathematical problem solving. *Cognition and Instruction*, 23(3), 313-349.
- Schoenfeld, A. H. (1985). *Mathematical problem solving*. Orlando, FL: Academic Press.
- Slavin, R. E. (1995). *Cooperative learning: Theory, research, and practice* (2nd ed.). Needham Heights, MA: Allyn and Bacon.
- Sharma, P., & Hannafin, M. (2007). Scaffolding in technology-enhanced learning environments. *Interactive Learning Environments*, 15(1), 27-46.
- Tudge, J. (1990). *Vygotsky, the zone of proximal development, and peer collaboration: implications for classroom practice*. In L.C.Moll (ED.), *Vygotsky and education: instructional implications and applications of sociohistorical psychology*. Cambridge: Cambridge University.
- Thevenot, C., & Oakhill, J. (2006). Representations and strategies for solving dynamic and static arithmetic word problems: The role of working memory capacities. *European Journal of Cognitive Psychology*, 18(5), 756-775.
- Vygotsky, L.S. (1978). *Mind in society: The development of higher psychological process*. Cambridge, MA.: Harvard University Press.
- Vygotsky, L.S. & Kozulin, A. (1986). *Thought and language*. Cambridge: MIT Press.

Von Glasersfeld, E. (1996). *Introduction: Aspects of constructivism*. In C. Fosnot (Ed.), *Constructivism: Theory, perspectives, and practice*, (pp.3-7). New York: Teachers College Press.

Wood, P. , Bruner, J. , & Ross, G. (1976) The role of tutoring in problem solving. *Journal of child psychology and psychiatry*, 17, 89-100.

Yang, D. C. (2003). Teaching and Learning Number Sense—An Intervention Study of fifth grade students in Taiwan, *International Journal of Science and Mathematics Education*, 1(1), 115-134. (NSC 90-2521-S-415-001)

附錄 1 因數倍數合作學習教材

因數倍數逍遙遊

姓名：_____ 性別：_____

範例：

桌上有 48 個紅豆餅跟 32 個雞蛋糕，花媽要柚子將它們裝到紙盒中，而且每個盒子裡的紅豆餅跟雞蛋糕要一樣多，該怎麼分才好？最多可以分成幾盒？紅豆餅和雞蛋糕各有多少個？

例：

小叮噹同學的回答如下，

紅豆餅可分為 1.2.3.4.6.8.12.16.24.48 盒

雞蛋糕可分為 1.2.4.8.16.32 盒

所以可以分成 1 盒.2 盒.4 盒.8 盒.或 16 盒

紅豆餅 3 個，雞蛋糕 2 個

小叮鈴同學的回答如下：

分成 1 盒，紅豆餅 48 個、雞蛋糕 32 個

分成 2 盒，紅豆餅 24 個、雞蛋糕 16 個

分成 4 盒，紅豆餅 12 個、雞蛋糕 8 個

分成 8 盒，紅豆餅 6 個、雞蛋糕 4 個

因為沒辦法再分了，所以最多可以分成 8 盒，紅豆餅 6 個、雞蛋糕 4 個

聰明的你，是不是發現小叮鈴做錯了呢？

所以當小叮鈴同學發表到討論區的時候，你就可以去留言給他建議，告訴他為什麼做錯了，不要直接告訴他答案喔...

小叮嚀同學很棒，都做對了，如果你不會做，也不了解他的做法，可以留言詢問，如果你也做對了，但他的做法和你的不同，你可以試著去了解他怎麼想的。

注意事項

- 1.請把你的想法寫下來，不要只列算式唷。
- 2.和其他人分享你的想法或疑惑，並給予其他人意見。
- 3.多看幾位同學的做法，或許你會有不一樣發現喔！
- 4.不管是會或不會，每位同學的想法都是有價值的，請勿對其他同學的發表給予批評，讓每個人都能勇敢的將自己的想法表達出來。

遊樂場一日遊

1. 摩登大廈共 100 層樓，裡面共兩台電梯，為了節約能源，一號電梯只停靠三的倍數之樓層，二號電梯只停靠四的倍數之樓層。

安安和樂樂想到摩登大廈的遊樂場去玩，因此約在遊樂場見面，只知道遊樂場在 90 樓以上，而且位於電梯都有停靠的樓層，他們應該在幾樓見面？

2. 安安和樂樂到了遊樂場之後，發現遊樂場正舉行 "當白雪公主遇到灰姑娘" 的活動，只要和白雪公主及灰姑娘合照，憑照片可換 1000 遊樂幣。

白雪公主每 24 分鐘出現一次，灰姑娘每 36 分鐘出現一次，如果在 8:00 兩者第一次同時出現，安安和樂樂若想要在下一次白雪公主和灰姑娘出現時去拍照，應該要幾點幾分到達？

我們一起去郊遊

1. 11月10號幸福國小戶外教學到動物園去參觀，魯夫在動物園裡看到沙漠區的駱駝和羚羊正在接受治療，魯夫很好奇於是就問裡面的動物醫生，對話如下：

魯夫：「生病的駱駝和羚羊多久要打一次針呀？」

動物醫生：「駱駝8天打一次針，而羚羊6天打一次針。」

聰明的你想想看，醫生最快幾月幾號會幫駱駝和羚羊在同一天打針？

2. 逛完動物園後，還剩一點時間，魯夫想買紀念品回去給朋友和家人。東挑西選過後，買了蝴蝶鉛筆6盒，1盒14枝，又買了恐龍彩色鉛筆4盒，一盒8枝。

請問魯夫最多可以分給幾個人呢？每人幾枝蝴蝶鉛筆？幾隻恐龍彩色鉛筆？

同樂會

1. 平安國小六年甲班共有 30 人，男生 12 人，女生 18 人，為了要辦 11 月份的慶生會，老師要小丸子負責採買本次慶生會的餅乾、糖果及飲料。

詢問了店家之後得知：餅乾一包(一人份)15 元，糖果一包(24 顆)48 元，飲料一瓶 20 元。

如果要分給每位同學拿到的一樣多，且餅乾、糖果及飲料剛好發完，請問小丸子最少應該要買幾包餅乾、幾包糖果及幾瓶飲料？

2. 一共要花多少錢？如果利用百元提款機領錢，最少需要領多少錢即可？

小小農夫

1. 開心農場老闆想將收成 36 個蘋果和 48 個葡萄柚混合裝成禮盒出售，每個禮盒內的蘋果和葡萄柚要一樣多，請問最多可以裝成幾盒？每盒各有幾個蘋果？幾個葡萄柚？

2. 隔壁的老王有一塊 40 公尺 x 35 公尺的土地，想在自己的土地上種植作物，但為了美觀，所以希望土地能分以正方形分割，每塊大小一樣。

請問，每塊土地最大為多少平方公尺？(例：若為 3x3 的土地，則為 9 平方公尺)，總共分為幾塊土地？

小小大富翁

1. 叮叮的爸爸買了四張彩券，號碼分別是

- (1) 1、6、3、4、5、8，
- (2) 4、12、33、24、45、26，
- (3) 1、2、5、7、10、20，
- (4) 2、3、18、12、19、20，

有一位預言師預言，本次開獎的號碼必為質數和合數的組合，請問哪一組號碼可能獲得頭獎呢？

2. 樂透開獎之後，中了 20000 元，於是爸爸買了 pizza 和烤雞翅回家慶祝，已知，

- (1) 每塊 pizza 切成 8 塊，一盒烤雞翅裡裝有 6 隻雞翅。
- (2) 家裡共有 4 個人。

為了讓每個人可以吃的一樣多，爸爸最少買了多少盒 pizza 及雞翅？

寫完了以上的問題之後，找其他人分享你的做法吧！並請其他人針對你的做法給予寶貴的意見。

附錄 2 因數倍數成就測驗

因數與倍數

班別：_____ 座號：_____ 姓名：_____

1. 用長 12 公分、寬 15 公分的壁報紙拼成一個最小的正方形，請問此正方形的邊長是多少公分？

想法：

做法：

2. 台北客運每 15 分鐘開出一班車，桃園客運每 12 分鐘開出一班車，如果上午 8 時 30 分兩家客運同時開出一班車，那麼下次再同時開出一班車的時間為何時？

想法：

做法：

3. 六年級男生有 324 人，女生有 396 人，租遊覽車畢業旅行，每車的男女生人數要一樣多，車輛最多要租幾輛？每車人數是多少？

想法：

做法：

4. 老師有 16 枝鉛筆和 20 個橡皮擦要送給學生，想讓每個學生得到的鉛筆和橡皮擦一樣多。請問可以分給幾個學生？(請詳細列出所有可能的答案，答案不只一個)

想法：

做法：

5. 有十圓硬幣 48 個，五圓硬幣 72 個，一圓硬幣 120 個，平均分給小朋友，最多可分給多少個小朋友？每人各得多少元？

想法：

做法：

6. 萬豐果園今天採收了一箱蘋果，每 15 個蘋果裝一籃，剛好裝完。已知蘋果數量少於 500 個，請問今天最多可採收多少個蘋果？

想法：

做法：

7. 阿和和阿平在醫院當志工，阿和美 4 天到醫院服務一次，阿平美 5 天到醫院服務一次，若這個星期日他們剛好都在醫院服務，請問，下次兩人會在星期幾同時在醫院服務？

想法：

做法：

8. 安安想用 36 枝紅色的彩色筆、48 枝藍色的彩色筆、60 枝綠色的彩色筆混合分裝在幾個紙袋中，讓每個紙袋裡都有這三種顏色的彩色筆，且同一種的彩色筆在每個紙袋裡的數量都一樣多。

(1) 請問最多可裝幾袋？

(2) 每個紙袋裡這三種顏色的彩色筆各有幾枝？

想法：

做法：

9. 學校運動會大會操表演人數大約在 50~100 人之間，不論每 6 人排成一排，或是每 13 人排成一排，都剛好排完，請問表演人數可能有多少人？

想法：

做法：

10. 班上共有 32 位學生，老師要將全班分組做競賽，每組人數都要一樣多，至少分兩組，每組最少 2 人，請問有幾種分法呢？（請詳細列出所有可能的答案）

例：2 組，每組 16 人…

想法：

做法：

11. 明天是小紅豆的生日，她想要用 6 個草莓和 8 個水蜜桃做成小點心，每塊點心分到的草莓一樣多，分到的水蜜桃一樣多，她最多可以做多少塊點心？

想法：

做法：

12. 本班教室地板即將鋪設正方形磁磚，老師為了尊重所有學生的意願，開放學生自行設計磁磚大小，若本班教室長 20 公尺、寬 12 公尺，則正方形邊長最大可能為多少公尺？

想法：

做法：

附錄 3 因數與倍數成就測驗難度與鑑別度分析

試題	難度	答對百分比		鑑別度
		高分組(PH)	低分組(PL)	
1	0.68	0.96	0.30	0.66
2	0.31	0.46	0.25	0.71
3	0.59	0.94	0.21	0.73
4	0.40	0.65	0.23	0.42
5	0.49	0.85	0.20	0.65
6	0.81	0.99	0.51	0.49
7	0.67	0.96	0.31	0.65
8	0.60	0.95	0.28	0.67
9	0.60	0.97	0.11	0.86
10	0.65	0.93	0.27	0.66
11	0.36	0.80	0.01	0.79
12	0.25	0.58	0.02	0.55

附錄 4 數學學習態度量表

數學學習態度量表

同學你(妳)好：透過線上合作數學解題後，為了解同學們對數學應用題解題的態度，以下問題你只要視自己情況填上你同意或不同意的程度即可，它們並沒有正確答案，也不會列入成績計算，請根據自己的想法選擇適切的回答，並在□內打勾。作答時如遇有任何問題，請隨時舉手發問。謝謝你(妳)。

姓名：_____ 座號：_____ 班級：_____

對數學學習態度的敘述	非常同意	同意	不同意	非常不同意
第一部分				
1. 數學是有趣的。	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
2. 我不害怕數學。	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
3. 我自己有信心能解決數學問題。	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
4. 數學很容易。	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
5. 我相信我有解決數學問題的能力。	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
6. 我相信可以得到好的數學成績。	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
7. 對我來說數學考試很容易。	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
8. 解決一個數學難題後我會很有成就感。	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
9. 我的解題想法被認同讓我覺得很有成就感。	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
第二部分				
1. 學習數學解題的方法是很重要的。	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
2. 學習數學是為了考試。	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
3. 在數學方面表現良好我覺得很光彩。	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
4. 數學很重要是因為在日常生活中可以用得到。	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
5. 數學是一門值得花時間學習的科目。	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

對數學學習態度的敘述	非常 同意	同意	不 同意	非常不 同意
6. 數學表現很優秀讓我很高興。	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
7. 在數學方面得到獎賞讓我很有自信。	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
8. 學數學可以幫助我解決其他問題。	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
9. 數學很實用因為很多地方都用得到它。	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
10. 和同學討論數學問題對於提升解題正確率有幫助。	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
第三部分				
1. 解決數學問題是無聊的。	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
2. 看不懂的題目，我會反覆多看幾次。	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
3. 我時常與其他人討論數學以找出正確答案。	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
4. 下課後我會繼續思考課堂上尚未解決的題目。	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
5. 我會把數學難題一直想到解出來為止。	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
6. 我有能力主動去解決困難的數學問題。	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
7. 我會主動請教其他人如何解決數學難題。	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
8. 對於數學難題的挑戰我感到很有興趣。	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
9. 我會以過去學過的相關概念應用在解題中。	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

附錄 5 數學學習態度量表之因素分析

項目	因素負荷量			解釋變異量 (%)
	情感性	價值性	動機性	
E2. 我不害怕數學。	.833			
E1. 數學是有趣的。	.779			
E3. 我自己有信心能解決數學問題。	.692			
E8. 解決一個數學難題後我會很有成就感。	.670			
E6. 我相信可以得到好的數學成績。	.611			23.2
E4. 數學很容易。	.618			
E7. 對我來說數學考試很容易。	.593			
E5. 我相信我有解決數學問題的能力。	.557			
E9. 我的解題想法被認同讓我覺得很有成就感。	.525			
V3. 在數學方面表現良好我覺得很光彩。		.695		
V6. 數學表現很優秀讓我很高興。		.692		
V10. 和同學討論數學問題對於提升解題正確率有幫助。		.657		
V7. 在數學方面得到獎賞讓我很有自信。		.623		
V5. 數學是一門值得花時間學習的科目。		.612		
V9. 數學很實用因為很多地方都用得到它。		.610		16.7
V4. 數學很重要是因為在日常生活中可以用得到。		.605		
V8. 學數學可以幫助我解決其他問題。		.594		
V1. 學習數學解題的方法是很重要的。		.545		
V2. 學習數學是為了考試。		.544		
M7. 我會主動請教其他人如何解決數學難題。			.820	
M9. 我會以過去學過的相關概念應用在解題中。			.729	
M6. 我有能力主動去解決困難的數學問題。			.724	
M1. 解決數學問題是無聊的。			.660	14.5
M3. 我時常與其他人討論數學以找出正確答案。			.574	
M2. 看不懂的題目，我會反覆多看幾次。			.573	
M4. 下課後我會繼續思考課堂上尚未解決的題目。			.570	

項目	因素負荷量			解釋 變異 量 (%)
	情感性	價值性	動機性	
M5. 我會把數學難題一直想到解出來為止。				.559
M8. 對於數學難題的挑戰我感到很有興趣。				.557