表面張力

蔡尚芳
國立臺灣大學 物理系

摘要

一般高中與大學一年級的物理學教材，在討論與表面張力有關的現象時，對於表面受到的作用力，其方向爲什麼有時是垂直於表面，有時又是平行於表面，常缺乏較詳細明確的交代，以致對教學造成相當的困擾。

本文爲釐清有關表面張力的一些概念，特別是液面受到的作用力，究竟是在什麼方向，舉出一些書本上常見的例子，分別由能量與力的觀點加以探討，並推導出液面上與液面下的壓力差與曲率半徑和表面張力的關係。

表面張力

過去參加過一些與高中物理教學有關的研習會，有機會與不同學校的教師，討論物理教學實務上遇到的問題，發現有關表面張力的教材，在高中教學上經常引起困擾，而其中一個相當難以掌握的基本問題，就是造成液體表面出現「表面張力」的作用力，究竟是在什麼方向。

一般高中與大學普通物理學的教材，對於表面張力的來源與定義，通常可能都比較簡略，因此容易引起混淆或誤解。有一種常見的講法如下：

「表面張力指的是表面上的任一小線段，在與表面平行、但與該小線段垂直的方向上，每單位長度所受到的作用力。」(1)

但嚴格地說，表面張力其實是一種能量密度，指的是在絕對零度時，或當溫度變化所引起的效應可忽略時，要將液體分子由內部移到表面(有時亦稱界面或介面)，使表面的面積增加一單位時，外力所需做的功；換言之，表面張力其實就是表面上每一單位面積內的液體分子，比起這些分子在液體內部時所增加的位能。導致此內部與表面位能差異的分子作用力，其方向其實是與液體的表面垂直，而非平行(參見以下圖 3a、圖 3b 與(六)的相關說明)。這就難怪有關表面張力的問題，會引起諸多困擾。

在回答有些問題時，如依照(1)式的說法，將液面視爲到處受到平行於表面的張力作用，有時雖然亦可得到正確的答案，且相關的數學計算也簡單許多，但這類的解法，通常多半隱含著一些沒有交代清楚、甚或錯誤的觀點與假設(參見以下(六)與(七)的相關說明)。顯然地，表面張力與作用於表面的力，到底有什麼樣的關係，是問題的關鍵，有必要爲文加以釐清。

(一)分子間的作用力

相距爲 r 的兩分子，其彼此間的作用力 $f(r)$ 大致如圖 1 所示，具有均向性。當兩分子非常靠近時，作用力爲斥力(即 $f(r) > 0$)，且

隨 r 減小而急遽增加；當兩分子遠離時，則爲吸引力(即 $f(r) < 0$)，且隨 r 增加而減小，在 r 超過一很短的距離 r_0 後，即變得極爲微小，而可忽略。r_0 稱爲**分子的作用距程**(range of molecular action)，其大小大約不出幾個分子直徑。

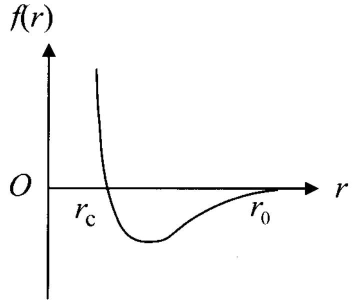

圖 1　分子作用力

考慮位於液體中的一個分子 O，如圖 2 所示。若此分子與液面的距離超過 r_0，則以 O 爲中心、半徑爲 r_0 的圓球 S，其內部將充滿液體分子，且每一分子與 O 之間，均有相互吸引的分子作用力。由於 S 內部的液體分子分布具有球對稱，故作用於 O 的分子力，會成對相消，其合力爲零。

若如圖 3 所示，分子 O 與液面的距離小於 r_0，則圓球 S 有一部分不在液體中，因此作用於 O 的分子力，不再成對相消，其合力即不爲零。基於對稱性考量，此**合力的方向必垂直於液面**。若液面上方的氣體分子對 O 的分子力(即**吸附力**)，比液體分子之間的分子力(即**內聚力**)爲小，則作用於 O 的所有分子力，其合力將**指向液體內部**，如圖 3 所示。故位於液體與氣體界面的液體分子，因分子力的作用，其壓力會較重力單獨產生者爲大。

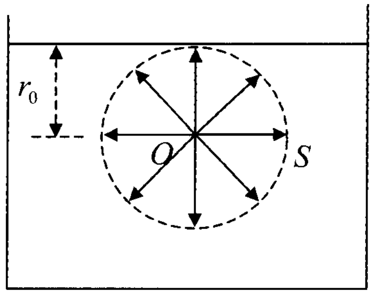

圖 2　液體內部受到的合力為零

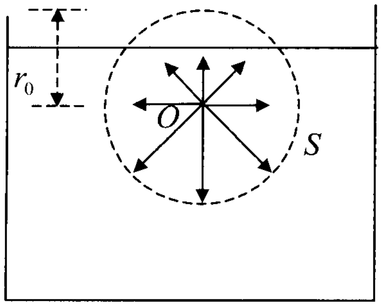

圖 3　液體表面受到的作用力向內

同理，若 O 位於液體與固體的界面附近，且固體對液體的吸附力大於液體的內聚力(如玻璃與水)，則作用於 O 的分子力，將如圖 4a 所示，垂直於界面，而**指向液體外面**。若固體對液體的吸附力小於液體的內聚力(如玻璃與水銀)，則作用於 O 的分子力，將如圖 4b 所示，垂直於界面，但**指向液體內部**。

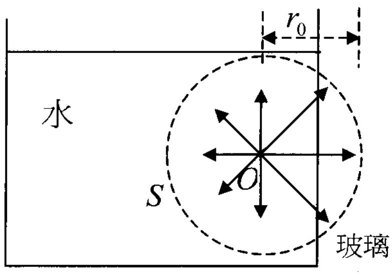

圖 4a　表面的作用力向外

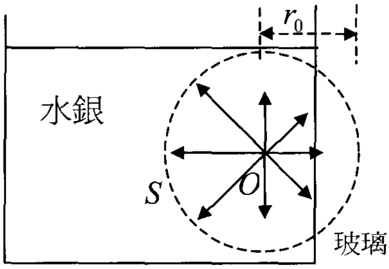

圖 4b 表面的作用力向內

依據上述的結論，如欲將一個液體分子，在加速度恆為零(亦即動能不變)的情況下，由液體的內部，移到與氣體鄰接的界面，則外力必須指向液體外，以克服向內的分子力(見圖 3)，故此外力會對液體分子做正功，即液體分子的位能增加。可見在液體表面附近有一層厚度為 r_0 的液體分子，其位能比液體內部的分子為大，且愈接近表面者其位能愈高。故在平衡態時，液體與氣體鄰接的界面，其面積須為極小。

反之，若來自固體的吸附力，比液體的內聚力為大，則欲將一個液體分子，在加速度恆為零的情況下，由液體的內部移到與固體鄰接的界面，則外力必須指向液體的內部，以克服向外的分子力(見圖 4a)，故此時外力對此液體分子做負功，液體分子的位能將減少。故在平衡態時，此種固體與液體間的界面，其面積須為極大。同理，在氣體與固體間的界面，也會出現類似的結果。

在失重的情況下，重力位能可忽略不計，此時若以圓球形固體容器盛裝液體，且組成容器的固體對液體的吸附力，大於液體本身的內聚力，則為了使液體分子的總位能成為最小，液體將到處與固體的器壁接觸(即固體與液體界面的面積為最大)，並在液體內部造成球形的中空(即氣體與液體界面的面積為最小)，如圖 5a 所示。這樣的平衡態，與圖 5b 所示在地球表面上時，為了使重力位能降低，因此球形容器內的液面，須填滿容器底部，並使頂端成為水平面的情況，大相逕庭。

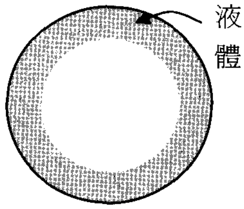

圖 5a

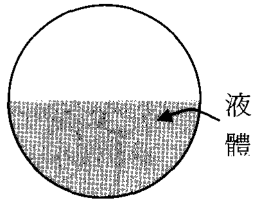

圖 5b

依據(1)式的表面張力定義，只知道沿著液面方向會有作用力。這樣的定義，由於強調的是作用於表面的力，而非表面與內部的位能差，要想直接用來理解或說明圖 5a 或 5b 的結果，顯然是較為困難的。其實，這種定義的較嚴重問題，並不在此，而是在於它會產生誤導，讓人以為沿著液面方向，存在著能使表面伸縮的作用力。這與造成上述圖 5a 中球形中空現象的作用力，乃是沿著半徑方向向外，而與兩界面垂直，顯然彼此不符。

以下(二)至(四)的討論，暫不考慮重力對液體所產生的壓力。

(二)平面界面由於分子作用力而受到的內壓力

當液體的自由表面為平面時，根據(一)所述，表面層的分子會受到垂直於表面、指向液體內部的分子作用力。因此，如圖 6 所示，表面層 AB (厚度約為 r_0)以下的液體，會受到壓力 K，此壓力並可傳達到各處，使整

個液體內部處於相同的壓力，但與毛細現象無關。這種壓力並非來自外力，因此是一種「內壓力(internal pressure)」，瑞立(Lord Rayleigh)稱其爲「內稟壓力(intrinsic pressure)」，也就是凡得瓦(van der Waals)方程式 $(p+a/v^2)(v-b)=RT$ 中出現的壓力修正項 a/v^2。

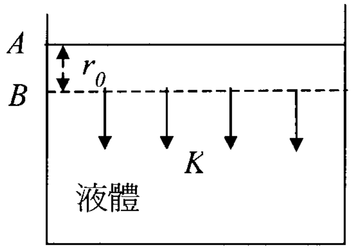

圖 6　平面界面

依據以上所述，當液體的表面爲平面時，分子力作用的結果使表面出現正向的內壓力。若液體可視爲不可壓縮，則其體積固定，故即使表面的面積改變，內稟壓力所做的功(壓力 K 乘以體積改變量 ΔV)恆爲零，因此除非液體的體積有所改變，否則並沒有需要考慮壓力 K 的作用。注意：當液體分子汽化離開表面時，體積改變，需消耗內能以克服壓力 K 的作用，此即汽化熱的由來。

(三)由能量觀點看彎曲界面的表面張力

如圖 7 所示，設液體表面 B 是彎曲的，P 爲其上一任意點，曲面 C 與 B 的間隔等於分子的作用距程 r_0，PQR 爲一垂直於曲面 B 的細圓柱。若液面爲平面 A，則依(二)所述，位於表面層下的液體，如圖 7 中的 Q 與 R，均受到相同的內稟壓力 K。當液面爲曲面 B 時，在 Q 與 R 處的壓力 p 仍然相同，但 p 會比 K 爲大，其道理如下。

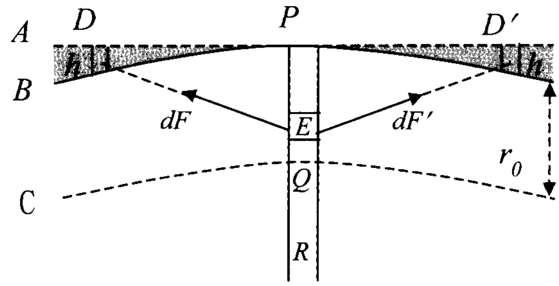

圖 7　彎曲的界面

假想將液面填滿至平面 A，則液體多了圖 7 中陰影區的部分。此陰影區靠近液體表面，故其中位於對稱位置 D 與 D' 處的液體，對表面層內位於 E 處的液體，其分子作用力 dF 與 dF' 的合力方向，將爲由 Q 指向 P。故液體表面爲曲面 B 時，由於少了陰影區的部分，PQ 段的液體所受到的、由 P 指向 Q 的合力，會比液面爲平面 A 時爲大，故在 Q 與 R 處的壓力 $p>K$。

若曲面 B 在 P 點的曲率半徑 r 遠大於分子的作用距程 r_0，則陰影區中能對 PQ 段施加分子力的液體，其高度 h 均甚小。在此情況下，內稟壓力以外之因素所造成的壓力差，亦即壓力 p 與 K 之差(p-K)，將與各處高度 h 成正比。但 h 與 r 成反比，故在 Q 與 R 處的壓力可以用拉卜拉士(Laplace)公式表示，而得

$$(p-K)=\frac{2S}{r} \qquad (2)$$

上式中的比例常數 S 即爲表面張力，所有的毛細現象都可歸因於它(或壓力差 p-K)。

如由能量的觀點出發，則(2)式的結果，

亦可利用力學中的功−能定理，以及表面張力 S 的定義(即在液體內部的位能取爲零時，S 乃是表面每單位面積的位能)，依以下方式推得：

如圖 8 所示，設 $ABCD$ 爲液體表面上的一小面積，其主曲率半徑(principal radii of curvature)爲 r_1 與 r_2，而面積 a 則爲正交弧線 AB 與 BC 的長度乘積，即 $a = xy$。若液體表面內與表面外的壓力差爲 Δp(不包括來自內稟壓力之差)，則 $ABCD$ 爲抵消此壓力差以保持平衡，對應的會受到大小爲 $F = a\Delta p$ 的分子力作用，其方向爲垂直於表面向內。若施一反方向的外力($-F$)於此小面積，使其沿此力之方向(即垂直於表面向外)產生一小位移 h，則外力所做之功 $W = \Delta pah$ 須等於此小面積表面位能之增加量 U，即 $W = U$。

因液體表面增加之面積爲 $da = (x + dx)(y + dy) - xy \cong xdy + ydx$，而液體表面每單位面積的位能增加量即表面張力 S，故 $U = Sda$。由 $W = U$ 可得 $\Delta pah = Sda$，即

$$\frac{h\Delta p}{S} = \frac{da}{a} = \frac{xdy + ydx}{xy} = (\frac{dx}{x} + \frac{dy}{y}) \qquad (3a)$$

但由圖 8 可看出弧長 x 與張角 α 的關係爲 $x = r_1\alpha$ 與 $x + dx = (r_1 + h)\alpha$，故 $dx / x = (h\alpha)/(r_1\alpha) = h / r_1$。同理 $dy / y = h / r_2$，即(3a)式右邊的等式可表示爲

$$\frac{da}{a} = h(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2}) \qquad (3b)$$

注意：當液面朝向液體內部彎曲(即液面向外凸出)時，主曲率半徑 r_1 與 r_2 之值爲正(如圖 8 所示之情況)，反之則爲負。利用(3b)式，可將(3a)式改寫爲拉卜拉士公式的形式，即

$$\Delta p = S(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2}) \qquad (4)$$

當 $r_1 = r_2 = r$ 時，(4)式即簡化爲(2)式之結果。

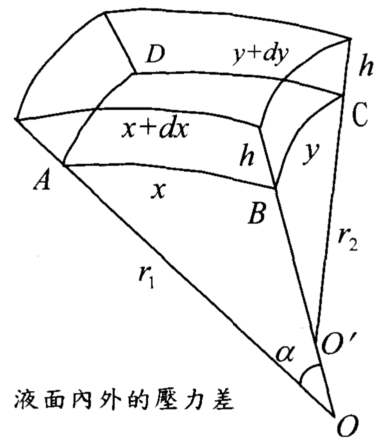

圖 8 液面內外的壓力差

(四)由力的觀點看假想為沿著界面作用的表面張力

爲了便於計算，當表面張力爲 S 時，有時也可以假想液體表面的任意一小線段，都受有張力 F 的作用，此張力與表面平行，但與此小線段垂直，且當小線段的長度爲 L 時，其大小爲 $F = SL$ (如圖 9 所示)。此假想張力對表面所產生的效應，與指向液體內部的分子力所產生的一樣，以下以半徑爲 r 的球形液面說明此點。

如圖 10 所示的液體表面爲球面的一部分，當此液體表面內的壓力比外面高出 Δp 時，由於內外的壓力差而對液體表面產生的淨力，其方向爲沿 y 軸向上，大小爲 Δp 乘以截面積 πx^2；但沿表面邊沿作用的張力，其

合力沿 y 軸向下，大小則爲 $SL = S(2\pi x)$ 乘以 $\sin\theta$。由於平衡時的合力爲零，且 $x = r\sin\theta$，故可得

$\pi x^2 \Delta p = 2\pi x S\sin\theta$，即

$$\Delta p = \frac{2S\sin\theta}{x} = \frac{2S}{r} \qquad (5)$$

此與(2)、(4)兩式的結果一致，但先前推導此二式時，採用的是能量的觀點，不是力的觀點，且壓力差的來源是沿法線方向指向液體內部的分子力，而非此處推導(5)式所假設的與液面切面方向平行的張力。

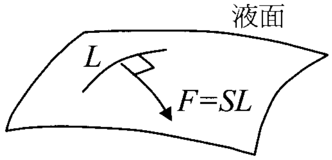

圖 9　與液面平行的張力 F

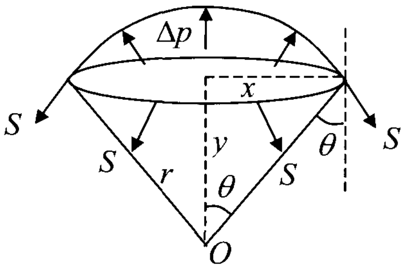

圖 10　張力與液面的壓力差

(五)毛細管內的液柱高度

推導毛細管內液柱高度常見的一個方法，就是假設沿著液柱表面有張力作用，因此在液面邊沿與管壁接觸處的液體(如圖 11 中的 P 與 Q)，會受到液體表面因向內收縮以減小其面積所產生的拉力，此拉力的反作用力即爲管壁對液面的提升力，此力與管壁的夾角等於接觸角θ，其大小 F 爲表面張力 S 與液面週長 L 的乘積，即

$F = SL = S(2\pi a) = -S(2\pi r\cos\theta)$ (注意：液面向內凹時 $r<0$，故上式右邊需加上負號)。若液體的密度爲ρ，則在平衡時，因提升力 F 的鉛直分量 $F\cos\theta$ 須等於管內液柱的重量 $\pi(r\cos\theta)^2 hg\rho$，故得液柱高度 h 滿足下式：

$$\rho gh = \frac{2S\cos\theta}{a} = \frac{2S}{-r} \qquad (6)$$

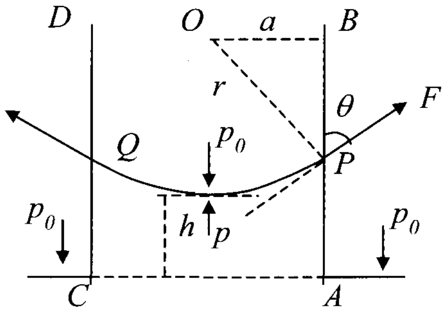

圖 11　毛細管內的液柱高度

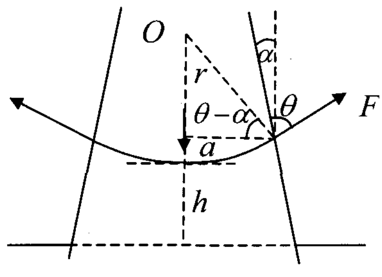

圖 12　錐形液柱的高度

以上的推理過程與結果，有幾點是值得注意的。

(甲)更仔細而正確的說，「管內液柱的重量」指的應該是「管內液面正下方的液柱重量」，如此在考慮平衡條件時，液柱因側面液壓而受到的作用力，只會有水平分量，且彼此相消，而不會影響鉛直方向的力平衡。因

此如圖 12 所示的粗細不均勻的錐形毛細管，其液面正下方的液柱體積爲 $V = \pi a^2 h$，重量爲 $W = \rho V g$，而管壁對液面的鉛直提升力 $F\cos(\theta-\alpha) = 2\pi a S\cos(\theta-\alpha)$ 須等於前述液柱的重量，故得 $\pi a^2 h\rho g = 2\pi a S\cos(\theta-\alpha)$，即液柱高度 h 滿足下式：

$$\rho g h = \frac{2S\cos(\theta-\alpha)}{a} = \frac{2S}{-r} \qquad (7)$$

比較(6)、(7)兩式，可見當液面爲相同曲率(或半徑)的球形面時，錐形與圓筒形毛細管內液柱上升或下降的高度一樣。

(乙)如圖 11 所示，當氣體壓力隨高度的變化可忽略時，管內液面上方的氣體壓力，與液柱底面 AC 的靜液壓力(等於管外液面上方的氣體壓力)，均等於 p_0，故對液柱的作用力正好上下相消，不會影響液柱的靜力平衡。另外，由此圖可以看出管內液柱上下兩端的壓力差爲 $\Delta p = p - p_0 = -\rho g h$，故(7)式的結果與(2)、(4)、或(5)式完全相同。

(丙)液面邊沿與管壁接觸處(圖 11 中之 PQ)乃是「液體－氣體」與「液體－固體」兩種界面的交會點。如果如上所述，假想沿著液體－氣體界面有張力的作用，則沿著液體－固體界面的張力作用，也應一併納入考慮。如此則兩界面均可提供液柱上升之力。但在推導(6)、(7)兩式時，並未考慮沿著液體－固體界面的張力，故較嚴謹的說，在以上(甲)與(乙)中所指的液柱，其頂端的液面邊沿其實只是非常靠近管壁，實際上並不與管壁接觸。

當頂端的液面邊沿，確與管壁接觸，而需考慮沿著液體－固體界面的張力時，如圖 11 所示，在液體－固體界面上端 PQ 與下端 AC 的張力，大小相等而方向相反，彼此抵消，不影響液柱的靜力平衡，故所得的液柱高度公式，仍爲(6)式與(7)式。

(六)液面與管壁接觸處的液體所受到的作用力

圖 13 中的 D 代表位於液面邊沿與管壁接觸處的液體，其所受到的作用力，實際上並非沿著「液體-氣體」界面 ED 的方向(即沿著切線 DC)，或「液體－固體」界面 BA 的方向，而應是如下所述，沿著液面在 D 處的法線方向。

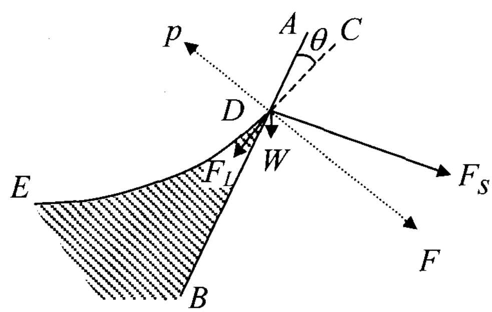

圖 13 液面與管壁接觸處的作用

在圖 13 中，斜線區代表液體，AB 爲管壁，θ 爲接觸角。W 爲 D 處液體的重量，F_L 與 F_S 分別代表液體(或內聚力)與管壁固體(或吸附力)對 D 處液體的分子作用力。由於來自液面上方氣體的作用力可忽略，故 F_L 主要來自 DE 與 DB 之間的液體，其方向介於 DE 與 DB 之間，而 F_S 則來自於管壁固體，故由對稱性考量，其方向與管壁垂直。W、F_L 及 F_S 的合力爲 F，依靜液平衡條件，其方

向必須垂直於液面，使在 D 的切線 C 與管壁有一夾角θ(即接觸角)，並使液面在法線方向感受壓力 p。

以上有關液面邊沿各作用力的來源與方向的結論，與上述(四)與(五)中假想液面受到是平行於表面的張力，兩者顯然有些出入，故有必要進一步加以釐清。嚴格的說，(四)與(五)其實並不是由力的觀點，而是相當於由能量的觀點，來探討靜液平衡的問題，也就是「處於穩定平衡的液體系統，其總位能須為極小值」，以下舉一例說明之。

如圖 14 所示，假設液面邊沿與管壁的接觸線 BC，向上移動一小距離δL 而到達 FG。設以U_g 與U_S 分別代表液體的重力位能與表面位能，並以鉛直向上為+z 方向，依「液體－氣體」、「液體－固體」、「氣體－固體」的次序，界面的面積與表面張力分別為 A_1 、A_2 、A_3 與S_1 、S_2 、S_3。對不可壓縮的液體而言，因可不計與體積變化有關的位能，故其總位能 U 為表面位能與重力位能之和，即

$$
\begin{aligned}
U &= U_S + U_g \\
&= (S_1A_1 + S_2A_2 + S_3A_3) + \int \rho gz dV
\end{aligned}
\tag{8}
$$

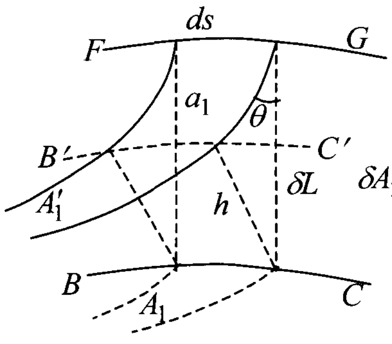

圖 14 液面邊沿的位移

圖 14 中的$B'C'$是液體－氣體界面的邊沿線 BC 到新液面的垂直投影，垂線的長度以 h 表示。$B'C'$將液面分成兩部分，其面積分別為 A_1' 與 a_1。A_1' 可視為是原來液面(面積為 A_1)沿法線方向位移 h 後之新面積，故可參考圖 8，利用(3b)式的面積公式，以主曲率半徑 r_1 與 r_2 ，將 A_1' 與 A_1 之差表示為

$$A_1' - A_1 = \iint h\left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2}\right) dA_1 \tag{9a}$$

如圖 14 所示，在液體－固體界面 $BCFG$ 上，取高度為δL、寬度為 ds 的小四邊形為面積單元，則液體－固體界面的面積等於所有單元面積$\delta L ds$ 的總和。故若以 δA_2 與 δA_3 分別代表 A_2 與 A_3 的變化量，則得

$$\delta A_2 = -\delta A_3 = \int \delta L ds \tag{9b}$$

而 a_1 則為 δA_2 投影到新液面上的面積，故得

$$a_1 = \int (\delta L \cos\theta) ds \tag{9c}$$

因在液面附近的體積變化量為 hdA_1，故得液體體積維持不變的條件為

$$\delta V = \iint h dA_1 = 0 \tag{9d}$$

而重力位能的變化量則為

$$\delta U_g = \iint (\rho gz) h dA_1 \tag{9e}$$

在(9d)式的限制下，總位能 U 為極小值的條件為

$$\delta U + \lambda \delta V = \delta U_S + \delta U_g + \lambda \delta V = 0 \tag{9f}$$

上式中的λ為一未定之任意常數。綜合以上(8)

與(9a)至(9f)各式的結果，可得

$$S_1(a_1 + A_1' - A_1) + S_2\delta A_2 + S_3\delta A_3 + \iint(z\rho g + \lambda)hdA_1 = 0 \tag{10a}$$

亦即

$$\int(S_1\cos\theta + S_2 - S_3)\delta Lds + \iint\{(z\rho g + \lambda) + S_1(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2})\}hdA_1 = 0 \tag{10b}$$

若取液體底部壓力爲 p_0 的平面爲 $z=0$，則($-z\rho g$)等於液體表面下的壓力 p 與底部壓力 p_0 之差($p-p_0$)，且因上式中的 δL 與 h 爲任意函數，故可使上式左邊對液面邊沿 BC 的線積分，與對整個液面 A_1 的面積分，均爲零的條件爲

$$S_1\cos\theta + S_2 - S_3 = 0 \tag{11}$$

$$p - p_0 - \lambda = S_1(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2}) \tag{12}$$

(11)式爲決定接觸角的公式，一般常藉由沿著三個界面作用的假想張力推導出來。

當液面爲平面時，壓力 p 等於液體表面上的氣體壓力 p_a，此時上式右邊因 r_1 與 r_2 趨近無窮大而爲零，故得 $p_a = p_0 + \lambda$，將此結果代入(12)式可得

$$p - p_a = S_1(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2}) \tag{13}$$

此與(2)、(4)與(5)式藉由沿著界面作用的假想張力推導所得的結果相同，但此處是由能量的觀點出發，其推導過程所使用的數學，難度明顯高出許多，因此，一般高中物理課程與大學普通物理學的教材，鮮少採用。

(七)只以沿著液面作用的張力無法獲得問題答案的例子

如圖 14 所示，以正向力 F，將長度 a 遠大於寬度 b 的長方形平板 AB，沿鉛直方向自表面張力爲 S、密度爲ρ的液體中上提。若平板之重量可忽略，而達平衡時，其下方液體層之高度爲 h，其側面可近似爲長度爲 a、半徑爲 $h/2$ 的圓柱液面，則 F 與 S、h、ρ 之間的關係可求得如下。

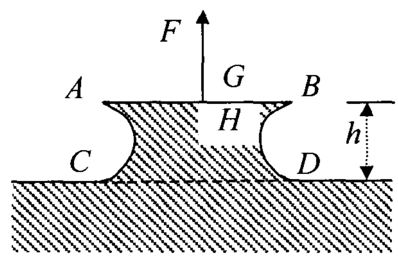

圖 14 上提之長方形平板

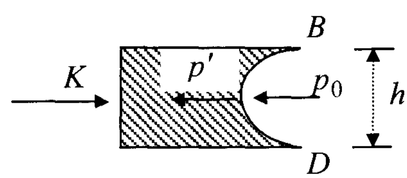

圖 15 右半液體層之力圖

設平板 AB 上方之氣體壓力爲 p_0，而下方 H 處之液體壓力爲 p，則因水平面 CD 上方之氣體壓力亦爲 p_0，故 $p = p_0 - \rho gh$，由此可求得平板因其上、下方之壓力差而受到的向下拉力爲 $N = ab(p_0 - p) = ab\rho gh$。故平衡時之正向力爲 $F = N = ab\rho gh$。

但如圖 15 所示，在水平方向上，液體層之右半部受到來自左半部液壓所產生的力 K 與其右側半圓柱液面內液壓 p' 所施的力

$R = ahp'$，而此兩力大小相等，方向相反，即 $K = R$ 。因左半部液壓的平均值爲 $(p + \rho gh/2) = (p_0 - \rho gh/2)$ ，故 $K = ah(p_0 - \rho gh/2)$，而右側半圓柱液面內、外之壓力差可由 (4) 式求得爲 $p' = p_0 - 2S/h$ ，即 $R = ah(p_0 - 2S/h)$，故 $K = R$ 可表示爲

$$ah(p_0 - \rho gh/2) = ah(p_0 - 2S/h)$$

上式經整理後可得液體層之高度爲 $h = 2\sqrt{S/(\rho g)}$。綜合以上結果可得平衡時之正向力爲

$$F = ab\rho gh = 2ab\sqrt{\rho gS} \qquad (14)$$

一般在回答此類問題時，常只考慮表面之張力作用，而忽略液體內部與周圍氣體壓力之作用，這樣的做法，在本例中，因兩側表面的張力係沿著水平方向，故會得到正向力 F 爲零的不合理結果。因此在教學上，應該避免。

另外一個值得一提的例子如圖 16 所示，即在長方形液體薄膜(即斜線部分)的一端，有一可自由移動的橫桿 AB。此例常用來說明液面因受到沿著表面的張力作用，故可與橫桿的重量或所受的拉力，達成平衡。但如果仿照圖 14 的例子，這個系統所以能達成平衡，其實應解釋爲是周圍氣體壓力大於液體薄膜內部壓力所導致的。顯然地，這樣的例子並不足以證明沿著液面有張力的作用。

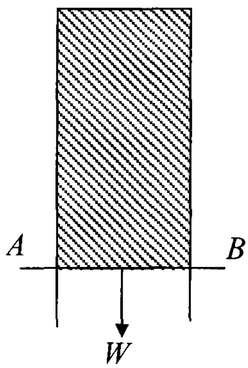

圖 16 液體薄膜與橫桿