

# 重力加速度的有趣實驗

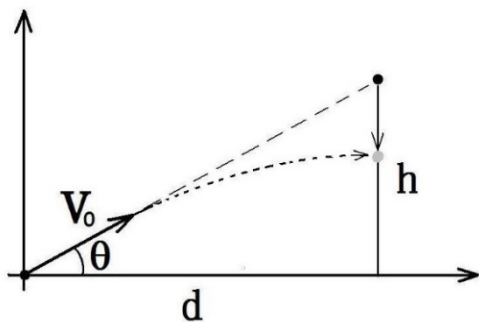
周鑑恆

萬能科技大學航空暨工程學院航空光機電系

## 壹、前言

與重力加速度相關的實驗不少，例如：直接量測重力加速度的實驗、科特克倒擺、蛇擺等實驗。其中：科特克倒擺可以測出相當精確的重力加速度；蛇擺則須用理論先算出各單擺周期之間的關係，進而決定各擺長，而演出令人驚奇的擺動效果。

本文所討論的實驗，既非直接測量重力加速度，也不是像蛇擺或科特克倒擺那樣，利用精密計算得出擺動週期與重力加速度的關係，而是如圖一所示的射猴實驗。本實驗必須將目標與飛箭同時釋放，才能使飛箭在射出一段距離之後，射中正在落下的目標（靶）【註 1-6】。



圖一、俗稱「射猴」的實驗

實驗原理之相關計算可以下表示。見圖一，目標原先在高度  $h$ ，在時間為零時

自由落下；時間為零的同時，瞄準目標的箭，無論以什麼速度射出，如果忽略空氣阻力，箭都可以射中與箭射出之瞬間同時下墜的目標。

假設箭的初速為  $v_0$ ，則箭在垂直方向的速度為：

$$v_y = v_0 \sin \theta \dots\dots\dots (1)$$

其中  $\theta$  為仰角，在水平方向速度為：

$$v_x = v_0 \cos \theta \dots\dots\dots (2)$$

如果沒有重力加速度，因為箭的初速度指向目標，當然就會射中目標，相關計算如下：

$$d = v_0 \cos \theta \times t_c \dots\dots\dots (3)$$

$$h = v_0 \sin \theta \times t_c \dots\dots\dots (4)$$

如果重力存在，則：水平方向的速度不變，依然只需  $t_c$  的時間就到達目標所在的水平位置。

$$d = v_0 \cos \theta \times t_c \dots\dots\dots (5)$$

但到達目標的水平位置時，高度即為  $y(t_c)$  而非  $h$ ，

$$h \neq y(t_c) = v_0 \sin \theta \times t_c - \frac{1}{2} g t_c^2 \dots\dots (6)$$

因為箭的速度指向目標，所以  $v_0 \sin \theta \times t_c = h$ ，所以

$$y(t_c) = h - \frac{1}{2}gt_c^2 \dots\dots\dots (7)$$

而目標靶因從高度  $h$  同時落下，所以目標靶的高度，

$$H(t_c) = h - \frac{1}{2}gt_c^2 \dots\dots\dots (8)$$

因此箭與目標靶，在  $t_c$  時在同一水平位置而且又在同一垂直高度，所以飛箭可以擊中目標靶。

## 貳、儀器組裝

此自製儀器大概可分為以下三部分：

(a) 十字弓與箭；(b) 靶及掛靶裝置；(c) 電池、電磁鐵和破壞性鋁箔開關等構成的同時裝置。

其中：靶為 A4 之白紙（或更小尺寸的白紙）白紙上方有一鐵質的夾子，可被掛靶裝置上的電磁鐵吸住，掛靶裝置有一支架及支架上的電磁鐵。十字弓以橡皮筋彈力發射簡易的箭。電池盒中有 4 個 3 號電池，電壓總共 6 伏特，電流經長電線流

過掛靶器上的電磁鐵。但電線某一段為十字弓上的鋁箔，發射箭之同時打斷鋁箔、中止電流，靶即同時墜落。

### (a) 十字弓與箭

由一長約 20 公分，寬約 0.6 公分，高約 1.2 公分的白楊木條構成箭，在白楊木條之前端先鑽一直徑約 0.7 公分的孔，孔中置入 0.7 公分直徑的小鉛球，用 AB 膠黏牢。另外，在白楊木條的另一端鑽幾個孔，最終使得整根白楊木的重心移至白楊木條的前方。箭尾有一弧形凹槽（見圖二），全箭重約 15 公克。此白楊木條雖無箭羽，但此白楊木條人仍然與箭無異，當此白楊木條被射出去而在空氣中飛行時，空氣阻力對白楊木條質心造成的力矩，會使白楊木條較重的一端向前飛行，以便維持箭頭向前進方向的飛行姿勢，使得空氣阻力只會略微降低箭的速度大小，而不至於明顯影響箭的飛行軌跡（這樣才能合乎理論計算）。



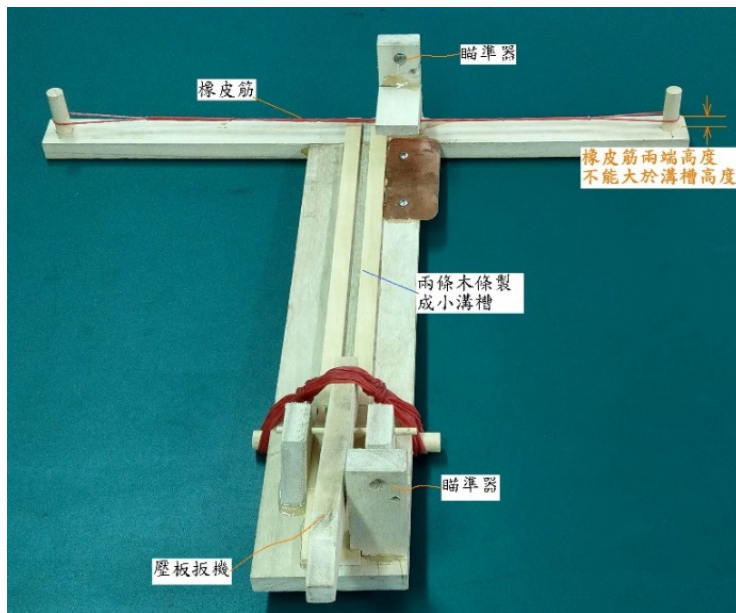
圖二、白楊木條製成的箭。箭頭附近置入一小鉛球（釣具行有售），箭的後方鑽有七孔，箭尾中間有凹槽

為了安全起見，十字弓的彈力主要由七條小橡皮筋串成。十字弓本身則由兩塊木板以 AB 膠拼接而成，十字弓兩臂外側兩端各插入一垂直的短桿，以此短桿固定橡皮筋繩的兩端(見圖三)。十字弓中間用兩條很直的小木條製成一個容得下箭身的小溝槽，小溝槽之深度大約只有箭高的一半，所以箭在溝槽中只有下半部在其中，橡皮筋扣住箭尾上之小凹槽(見圖四)，橡

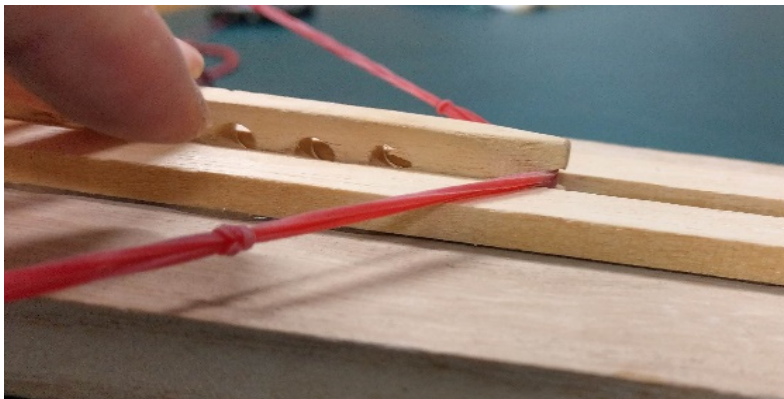
皮筋繩的兩端高度不能高過溝槽高度。

在十字弓尾部，用一類似翹翹板的壓板，壓住箭身，使得在已經拉緊的弦上的箭身不至於飛出。按壓此壓板尾部，才能鬆動箭身，使其飛出(見圖五)。

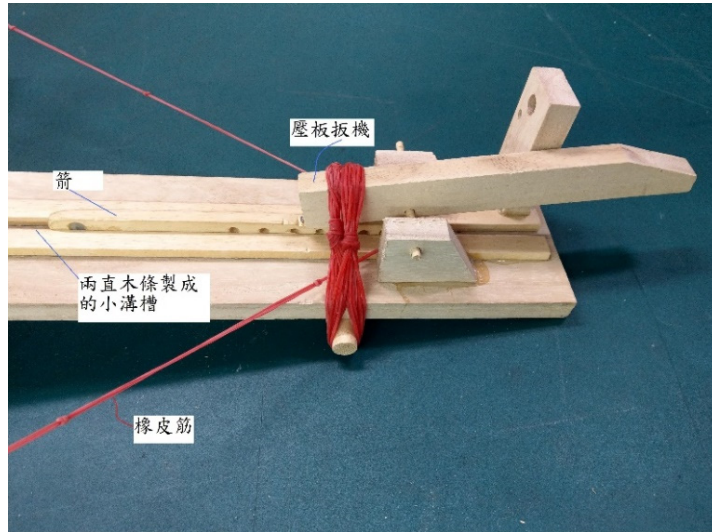
十字弓靠近中間溝槽處，另安裝瞄準器，瞄準器只由兩前後並列的木塊構成，木塊上方各有一直徑 12mm 公釐的圓孔，就可以通視這兩個圓孔，大致瞄準標靶。



圖三、十字弓



圖四、橡皮筋扣住箭尾凹槽之特寫



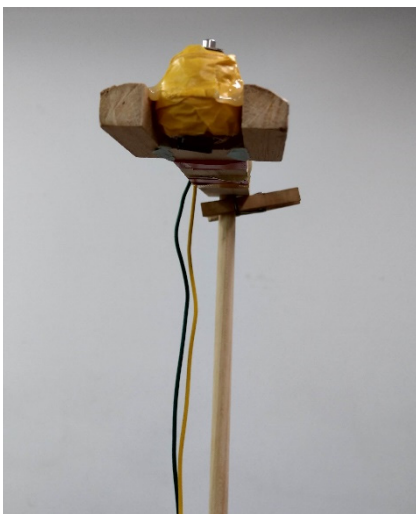
圖五、壓板扳機。

### (b) 靶及掛靶裝置

目標靶由一張 A4 的紙構成，A4 紙上方用小鐵夾夾住，下緣黏上一支普通鉛筆或等重的木條。掛靶裝置由一支架與其上的電磁鐵構成，鐵夾以一自製電磁鐵吸住（見圖六），電磁鐵中的電流若終止，目標靶即落下，因為下方有較重的鉛筆，小鐵

夾和鉛筆的重量大致配合（見圖七），所以目標靶落下時，可以保持垂直地面而不翻轉的姿勢。

本實驗的條件是：無論以什麼速度射出箭，被瞄準的靶必須同時落下，這樣才能讓箭射到靶。所以必須再設計同時裝置來控制靶落下的時間點。



圖六、自製電磁鐵

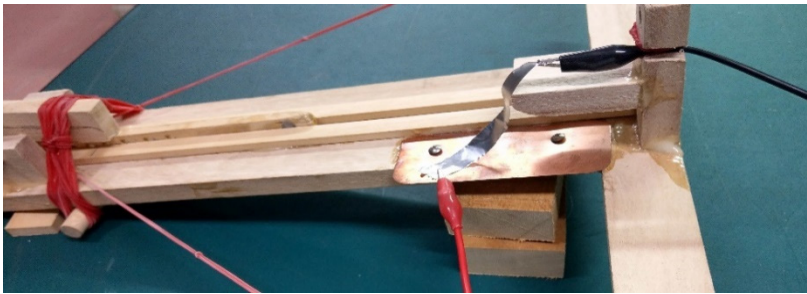


圖七、垂直落下而不翻轉的姿勢的目標靶

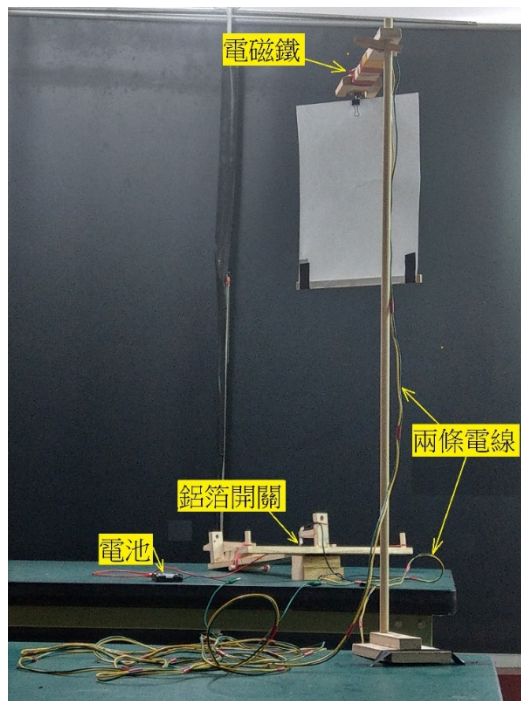
### (c) 同時裝置

基本上 4 顆串聯的 1.5 伏特 3 號小電池作為電源，經由長長的兩條電線導通電磁鐵上的漆包線，使電磁鐵具有磁力。某條連接電池和電磁鐵的導線中間再串接十字弓上的鋁箔（見圖八），鋁箔固定在彈力橡皮筋最後掃過的位置。射出箭的同時橡皮筋會打斷鋁箔（家庭廚房用的鋁箔），於是形成斷路，電流中止，電磁鐵瞬間失去磁力，靶即立刻落下。

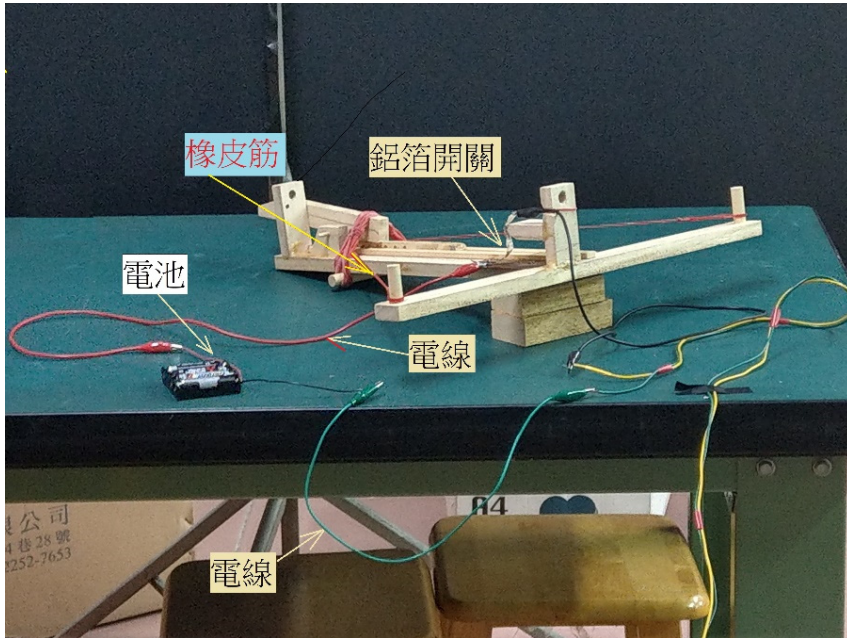
同時裝置事實上是這項實驗時的核心部件，目的在使目標靶下落的瞬間與箭發射出去的瞬間同時。它基本設計的理念很簡單，就是利用電磁鐵把目標靶吸在電磁鐵上，電磁鐵用電線通電，只要電線當中有電流，目標靶就會吸在磁鐵上而不會下墜，只要電流瞬間消失，則目標靶會瞬間降落，所以就要在箭發射的瞬間確定電流會立即消失，以便使目標靶在箭發射的瞬間同時下落。詳如圖九所示。



圖八、破壞性鋁箔開關



圖九（上）、同時裝置的全圖。箭發射時，利用鋁箔開關，中斷電磁鐵中的電流



圖九（下）、電池連結鋁箔開關的特寫，橡皮筋會打斷鋁箔開關

吸住目標靶的電磁鐵，所需要的電流，由電池供應，但是可以再另外加裝一個開關，以控制電池供應電磁鐵的電流。這個開關可以使整個電路瞬斷路。怎麼做到呢？就是將電池正負極連接到電磁鐵的兩條電線中的某一小段做成鋁箔，鋁箔是可以被打斷，鋁箔一旦被破壞，電流就中止了。

所以在箭射出去的瞬間，讓橡皮筋製成的弦打斷鋁箔，用這個辦法就能使箭射出去的瞬間，目標靶同時下落，這就是同時裝置的設計細節。

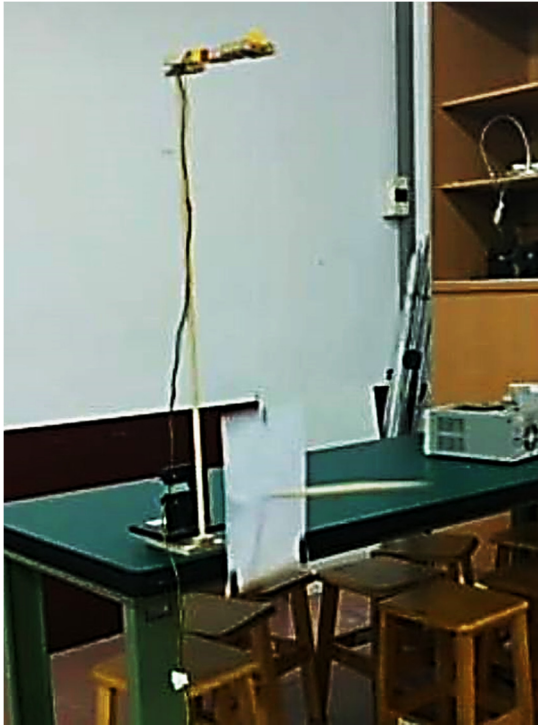
### 參、實驗

實驗時，先將箭上弦，並拉緊弦，以壓板壓住箭身，蓄勢待發。將鋁箔（寬約 8mm，長約 8cm，並在一側撕出一小缺口，

保證被橡皮筋打斷）一端用鱷魚夾夾在十字弓上的銅片，鋁箔則另一端夾在固定於瞄準器上的鱷魚夾，兩個鱷魚夾均連接同時裝置的導線，於是形成通路。小心地將靶吸在支架上的電磁鐵上，以瞄準器最後確認瞄準了靶。

輕按壓板尾端，箭立即彈射出去，而靶也同時下落，於是遠處飛來的箭，經拋物線軌跡（箭的初速無須很大，一方面更為安全，一方面大弧度軌跡，更令人驚奇），擊中下墜中的靶（圖十），可令圍觀的民眾或學生相當驚奇。

箭的速度若太快，還是可能打傷眼睛，須注意安全。實驗時所用的橡皮筋繩，基本上只由單一的橡皮筋串成。實驗時靶與十字弓的距離約 4 公尺 到 5.5 公尺為宜。



圖十、遠處飛來的箭擊中下墜靶的瞬間

## 肆、結果與討論

這是一項相當著名的重力加速度的實驗，頗具教學效果。坊間廠商也有生產精密儀器來進行這項實驗【註 7】，效果卻不如自製教具精彩。筆者的日本好友杉本憲広老師以「吹箭」進行這項實驗，較不方便，容易失敗，又影響演出者講解。本實驗以極簡易的材料與製程，完成這項實驗。一般國高中教師一個下午即能製成這項教具。

本實驗是根據忽略空氣阻力的計算來完成的，也就是說：假設沒有空氣阻力，箭會擊中同時落下的物體。但我們生活周遭到處是空氣，空氣阻力是存在的，所以這項實驗中，必須要做適當的設計，將空

氣阻力、或者空氣阻力的“影響”降到最小。

首先談下落的靶，下落的靶如果下落的距離很長，它的速度變得很快，空氣阻力顯然就不能忽略，但是在實驗中，靶下落的距離最多不到一公尺，所以下落的靶的速度並不快(不到  $4\text{m/s}$ )；下落的距離也不長，即使有空氣阻力，但是在這樣短短的時間、短短的距離當中，空氣阻力的影響並不明顯；再加上速度不快、靶又很薄，空氣阻力事實上也不大。因為實驗中下落不到一公尺的距離，空氣阻力的影響是幾乎可以忽略的。

另外再談射出去的箭，這個箭的設計當然需要特別考慮。實驗中的箭不加箭羽，以便使空氣阻力降到最低。巧妙的是，實驗的箭不加箭羽，照樣要考慮它飛行的姿勢，以便空氣阻力造成的影響只是些微地降低它的速度，而不會影響它拋物線的軌跡。

所以本實驗只在箭頭的部分加裝一小小的鉛球，在箭尾的部分多鑽幾個孔，以便將質心調到近箭頭的部分，這樣一來，飛行的時候，箭身所受的空氣阻力，對質心造成的力矩，就會使箭身的方向與飛行的方向平行，使氣流不會影響飛行的方向。

此外，箭身的方向平行飛行的方向，也可以盡可能降低阻力，因為箭身已經被製成流線型，而且箭身的體積並不大，這是降低阻力的第一種辦法。

其次，發射箭的時候，箭的速度其實相當慢，所以短短的距離之間，就可以看

出它的軌跡是一個拋物線，一方面讓參觀者能看出拋物線的軌跡，增加實驗的驚奇效果；另外一方面，因為速度很慢，所以它的阻力也下降。箭速度相當慢，是降低箭所受阻力的第二種方法。

第三種方法是，因實驗的距離很短，大約只有四到五公尺，所以即使有些阻力，但是阻力造成的影響不很明顯。利用以上三點，就可以在實驗中將空氣阻力的影響降到最小。

實驗結果與經驗顯示：①鋁箔開關的位置大約在十字弓的前端，鋁箔位置如果略有前後 2 公分左右的變化，不妨礙成功進行實驗。②箭在十字弓的溝槽中必須儘量減少摩擦力，必要時，用最細的砂紙，將箭身和溝槽內部都磨得相當光滑。③橡皮筋繩兩端固定處，必須不高於箭尾中間的凹槽（參見圖四），否則箭飛出的瞬間，箭尾會受向上的力，使箭身受到翻轉的力矩，箭飛出之後，箭身一時之間不能平行飛行方向，增加了阻力，同時也改變了飛行路徑，就射不中靶了。

當然，因為此教具十分簡單，所以很容易改進，例如：①用三弓弩【註 8】，發射箭，雖不必刻意增加箭的速度，但三弓弩的精巧與力學原理，額外增添實驗之樂趣與故事性。②箭與十字弓的尺寸可略為放大，即可在箭上加裝用水銀電池或最小電池點亮的 LED 燈，實驗更為絢麗。③靶上也可以加裝 LED，在稍暗環境中，更可凸顯：在重力場之中，靶自由落下，箭以

拋物線軌跡運動，而兩者可以在空中於電石火光中相遇。

## 致謝

感謝科技部計畫的支持（編號 MOST106-2511-S-238-001-MY2），同時也感謝計畫助理鈺婷協助校稿與實驗，使得這項工作得以完成。

## 參考文獻及附註

1. BHSmchale.(2013 October 30). The Monkey Hunter Physics Problem [Video file]. Retrieved from <https://www.youtube.com/watch?v=RXQd0GgURN4>
2. ASMS.(2019). Shooting The Monkey..... In Physics! Retrieved from <https://www.asms.sa.edu.au/shooting-the-monkey-in-physics/>
3. APS Physics.(2013 June 20). The Monkey and the Hunter. Retrieved from <http://www.physicscentral.com/explore/action/monkey-hunter.cfm>
4. 國立臺灣大學普通物理實驗室。拋體運動 - 打猴子。檢自 <https://web.phys.ntu.edu.tw/gphyslab/modules/smartsection/item200e.html?itemid=9>
5. 林宣安(2016 January 01)。射猴實驗[部落格文章]。檢自 [http://10930984547.blogspot.com/2016/01/blog-post\\_27.html](http://10930984547.blogspot.com/2016/01/blog-post_27.html)
6. 人民教育出版社(2003 June 15)。“射猴”实验。檢自 [http://old.pep.com.cn/gzwl/jszx/sytj/jtsy/201009/t20100903\\_868842.htm](http://old.pep.com.cn/gzwl/jszx/sytj/jtsy/201009/t20100903_868842.htm)
7. 科技大觀園(2012 March 28)。獵人射猴子 [Video file]。檢自 <https://www.youtube.com/watch?v=BCKVY1PJwDQ>
8. 每日頭條(2018 July 27)。六百米之外取敵方主將性命，保國家百年和平。檢自 <https://kknews.cc/history/3onab6y.html>